حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (1)

اختبار شهر مارس





أولًا نماذج اختبارات شهر مارس

نموذج ١

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① إذا كان الوسط الهندسى للعددين ٩ ، ص هو ١٥ فإن : ص = ...

(أ) ١٣٥ (ب) ١٠ (جـ) ٢٥ (د) ± ٢٥

② إذا كانت : ص = طا س فإن : $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) ١ + ص (ب) ١ – ص (جـ) ١ + $ص^٢$ (د) ١ – $ص^٢$

③ إذا كان : ص = ($س^٢$ + ٢) (٥ – س) فإن : $\frac{ءص}{ءس}$ = ... عند س = ١

(أ) –١٥ (ب) ٥ (جـ) –٥ (د) ٢

④ إذا كانت : جا أ = $\frac{٤}{٥}$ حيث ٠° < أ < ٩٠° ، جتا ب = $\frac{-١٢}{١٣}$ حيث ٩٠° < ب < ١٨٠°

فإن : ظتا (أ – ب) = ...

(أ) $\frac{-٦٣}{٦٥}$ (ب) $\frac{-٦٥}{٦٣}$ (جـ) $\frac{٦٣}{٦٥}$ (د) $\frac{٦٥}{٦٣}$

⑤ متوسط التغير للدالة د : د (س) = $س^٢$ + ١ عندما تتغير س من ٢ إلى ٢,٥ يساوى ....

(أ) ٤,٥ (ب) ٥,٤ (جـ) ٠,٥٤ (د) ٠,٤٥

⑥ متتابعة حسابية فيها : $ح_٥ – ح_٤$ = ٢٠ ، $ح_٨ – ح_٧$ = ٢٩ فإن : $ح_{١٥}$ = ...

(أ) ٤٩ (ب) ٩٨ (جـ) ١٥٥ (د) ١٥٨

⑦ عدد حدود المتتابعة الهندسية التى حدها الأول = ٢٤٣ وحدها الأخير = ١ ومجموع حدودها = ٣٦٤ يساوى ....

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٤ (د) ٨

⑧ إذا كانت الدالة د : د (س) = $\begin{cases} أ س^٢ + ١ & \text{عند } س \leq ٢ \\ ٤ س – ٣ & \text{عند } س > ٢ \end{cases}$

قابلة للاشتقاق عند س = ٢ فإن : أ = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

(٩) من قمة تل رصد رجل زاويتى انخفاض قمة برج وقاعدته فكان قياساهما ٢٢° ، ٣٠° على الترتيب حيث إن قاعدتى التل والبرج فى مستوى أفقى واحد فإذا كان ارتفاع البرج ٥٠ مترًا فإن ارتفاع التل لأقرب متر = ...

(أ) ١٥٣ (ب) ١٨٢ (جـ) ١٦٧ (د) ١٩٣

(١٠) إذا كانت : س ∈]٠ ، π[وكان : $\frac{\text{طا } س - \text{طا } ٥٥^\circ}{١ + \text{طا } س \text{ طا } ٥٥^\circ} = ١$ فإن : س = ...

(أ) $\frac{\pi}{٩}$ (ب) $\frac{٤\pi}{٩}$ (جـ) $\frac{٥\pi}{٩}$ (د) $\frac{٤\pi}{٩}$ أ ، $\frac{١٣\pi}{٩}$

(١١) إذا كان : $(ح_ن) = (٣ \times ٢^{-ن})$ متتابعة هندسية فإن مجموع عدد لا نهائى من حدودها ابتداءً من حدها الأول = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٩

(١٢) إذا كان مجموع الوسطين الثانى والرابع من متتابعة حسابية يساوى ١٢ ، والوسط السابع يزيد عن الوسط الثالث بمقدار ٤ فإن المتتابعة هى ....

(أ) (٣ ، ٤ ، ٥ ، ...) (ب) (٣ ، ٥ ، ٧ ، ...)

(جـ) (٥ ، ٤ ، ٣ ، ...) (د) (٣ ، ٧ ، ١١ ، ...)

---

٢ أجب عن السؤالين الآتيين :

(١) أوجد عدد الحدود اللازم أخذها من المتتابعة الحسابيه (٢٥ ، ٢٣ ، ٢١ ، ...) ابتداءً من حدها الأول ليكون مجموعها ١٢٠

(٢) إذا كانت ص = $ع^٣ - ٥$ ، ع = $٢ س^٢ - ٣ س$

أوجد : $\frac{ءص}{ءس}$ ثم أوجد قيمته عند س = ١

نموذج ٢

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① إذا كانت : (٢٩ ، س ، ... ، ٣س ، ٩٥) متتابعة حسابية فإن : س = ...

(أ) ٢١ (ب) ٣١ (جـ) ٩٥ (د) ١٢٤

② قيمة المتسلسلة $\sum_{ر=٢}^{٧}$ (٣ ر − ١) تساوى ....

(أ) ٦٢ (ب) ٧٠ (جـ) ٧٥ (د) ٧٧

③ إذا كان : د (س) = ٥ ر (س) + ٢٠ فإن : رَ (س) = ...

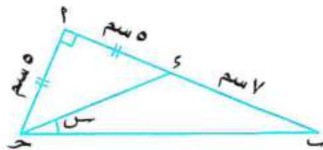
(أ) دَ (س) (ب) دَ (س) − ٢٠ (جـ) ٥ دَ (س) (د) $\frac{١}{٥}$ دَ (س)

④ الدالة د : د (س) = { س² + ٢ س ، س ≤ ١ ؛ ٤ س − ١ ، س > ١ } تكون .... عند س = ١

(أ) متصلة وغير قابلة للاشتقاق (ب) متصلة وقابلة للاشتقاق

(جـ) غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق (د) غير متصلة وقابلة للاشتقاق

⑤ فى الشكل المقابل :



طا س = ...

(أ) $\frac{٧}{١٧}$ (ب) $\frac{٥}{١٣}$

(جـ) $\frac{٥}{١٢}$ (د) $\frac{١٢}{٣٥}$

⑥ إذا كان متوسط التغير فى د يساوى ٢,٤ عندما تتغير س من ٤ إلى ٤,٢

فإن التغير فى د = ...

(أ) ٠,٣٢ (ب) ٠,٤٨ (جـ) ٣,٦ (د) ٧,٢

⑦ متتابعة هندسية حدها الأول يساوى مجموع الحدود التالية إلى ما لا نهاية فإن

أساس هذه المتتابعة يساوى ....

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٣٣٣ (جـ) ٠,٢٥ (د) ٠,٦٦٦

(٨) إذا كانت : (س ، ٧ ، ص) فى تتابع حسابى ، وكانت : (س + ٢ ، ٥ ، ص − ٦) فى تتابع هندسى فإن : ص − س = ...

(أ) ٣ (ب) ٨ (جـ) ١١ (د) ١٤

(٩) متتابعة حسابية تتكون من ١٥ حدًا ، حدها الأوسط ٢٣ فإن مجموع حدود هذه المتتابعة تساوى ....

(أ) ٣٤٥ (ب) ٢٢٥ (جـ) ٤٥٠ (د) ٦٩٠

(١٠) إذا كانت أ ، ب زاويتين حادتين وكانت : ظا أ = $\frac{٥}{٦}$ ، ظا ب = $\frac{١}{١١}$

فإن : أ + ب = ...

(أ) °٣٠ (ب) °٦٠ (جـ) °٤٥ (د) °٧٥

(١١) $\frac{د}{د س}$ (٣ س^{٢} + ٥ س) عند س = −١ تساوى ....

(أ) −١ (ب) −٣ (جـ) −٦ (د) ٣

(١٢) متتابعة مجموع ن حدًا الأولى منها يعطى بالعلاقة جـ$_{ن}$ = ن^{٢} − ٢ ن

فإن حدها الخامس = ...

(أ) ٣٥ (ب) ١٥ (جـ) ١٠ (د) ٧

---

٢ أجب عن السؤالين الآتيين :

(١) متتابعة هندسية متناقصة فيها مجموع الحدين الأول والرابع = ٧٠ ، مجموع الحدين الثانى والثالث = ٦٠ أوجد مجموع عدد غير منته من حدودها ابتداء من الحد الأول.

(٢) أوجد المشتقة الأولى للدالة د : د (س) = (٤ س^{٢} − ١) (٧ س^{٣} + س) عند س = ١

أولًا نماذج اختبارات شهر مارس

اختبار ١

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) سيارة تبدأ حركتها بعجلة منتظمة فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ١٠ م/ث ثم وصلت إلى السرعة ٣٠ م/ث فى ٥ ثوانى فإن مقدار السرعة عندما ن = ٣ هى .... م/ث

(أ) ٢٠ (ب) ٢٢ (جـ) ٤٠ (د) ٦٠

(٢) يتحرك جسيم بحيث كان متجه موضعه $\overleftarrow{ر}$ = (٣ ن + ٢) $\overleftarrow{س}$ + (٤ ن − ١) $\overleftarrow{ص}$ ، فإن معيار الإزاحة حتى اللحظة ن = ١ يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) $\sqrt{٣٤}$ (د) ٨

(٣) قذف جسيم رأسيًا لأعلى بسرعة ٢٤ م/ث من قمة مبنى ارتفاعه ٣٢,٤ متر فإن الزمن الذى يصل فيه إلى الأرض = ... ثانية.

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ٥ (د) ٦

(٤) تطارد سيارة شرطة أ تسير بسرعة مقدارها ٩٠ كم/س سيارة أخرى ب فى نفس الاتجاه فبدت وكأنها تتقهقر بسرعة مقدارها ٢٠ كم/س فإن مقدار السرعة الفعلية للسيارة ب تساوى .... كم/س

(أ) ٧٠ (ب) ١١٠ (جـ) ٩٠ (د) ٤٥

(٥) بدأ جسم حركته بسرعة ٢٠ سم/ث وعجلة منتظمة ٨ سم/ث^{٢} فى نفس اتجاه السرعة الابتدائية فإن المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة فقط تساوى .... سم.

(أ) ٢٠٠ (ب) ١٤٤ (جـ) ١٠٠ (د) ٥٦

(٦) إذا سقط جسيم رأسيًا لأسفل فإن ....

(أ) $ع_{.}$ = صفر (ب) ع = صفر

(جـ) ع = $ع_{.}$ (د) ف = ع ن

٢ أجب عن الأسئلة الآتية :

(أ) يتحرك جسم بعجلة منتظمة فى اتجاه ثابت فإذا قطع مسافة ٢٦ سم خلال الثانية الرابعة من بدء حركته وقطع ٥٦ سم خلال الثانية التاسعة من بدء حركته أوجد العجلة التى يتحرك بها الجسم وكذلك سرعته الابتدائية.

(ب) يتحرك قطار أ بسرعة مقدارها ١٠٠ كم/س ، لحق بقطار آخر ب طوله ١٩٠ مترًا يتحرك بسرعة مقدارها ٦٠ كم/س على شريط مواز فمر عليه بالكامل فى ٢٧ ثانية أوجد طول القطار أ

اختبار ٢

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) قذف جسم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ٢٤,٥ م/ث فإنه يعود إلى نقطة القذف بعد .... ثانية.

(أ) ٥ (ب) ٢,٥ (جـ) ١٠ (د) صفر

(٢) تتحرك طائرة بسرعة مقدارها ٣٠٠ كم/س فى اتجاه الجنوب لمدة ساعتين ثم بسرعة مقدارها ٢٥٠ كم/س فى اتجاه الشمال لمسافة ٧٥٠ كم فإن متوسط مقدار السرعة للرحلة كلها = ... كم/س

(أ) ٢٦٠ (ب) ٢٧٠ (جـ) ٢٧٥ (د) ٢٨٠

(٣) تحرك جسم فى اتجاه ثابت بسرعة ابتدائية ما وبعجلة منتظمة فإذا قطع فى الثانية الثالثة من حركته ٢٠ مترًا ثم قطع فى الثانيتين الخامسة والسادسة معًا ٦٠ مترًا فإن مقدار سرعته الابتدائية تساوى .... م/ث

(أ) ٤ (ب) ١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٣٠

(٤) تواجد جسيم عند لحظتين زمنيتين ٣ ، ٨ ثوان عند الموضعين أ (٧ ، ٢) ، ب (٤ ، ٦) على الترتيب. فإن متجه السرعة المتوسطة $\overleftarrow{ع}_م$ = ...

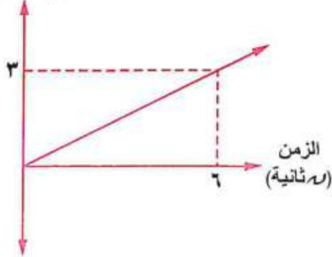
(أ) ٣ $\overleftarrow{س}$ − ٤ $\overleftarrow{ص}$ (ب) − ٣ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$

(جـ) $\frac{٣}{٥}$ $\overleftarrow{س}$ − $\frac{٤}{٥}$ $\overleftarrow{ص}$ (د) $\frac{-٣}{٥}$ $\overleftarrow{س}$ + $\frac{٤}{٥}$ $\overleftarrow{ص}$

(٥) دفع جسم فى عكس اتجاه الريح فتحرك فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ١٠ م/ث وبعجلة منتظمة مقدارها ٢ م/ث^{٢} فى عكس اتجاه سرعته الابتدائية فإن الإزاحة الحادثة بعد مرور ٦ ثوان تساوى .... متر.

(أ) ٩٦ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٣٦

(٦) الشكل المقابل يمثل العلاقة بين الإزاحة والزمن لجسم يتحرك فى خط مستقيم فإن سرعة الجسم عند ں = ٢ هى .... م/ث



(أ) ٣ (ب) ٢

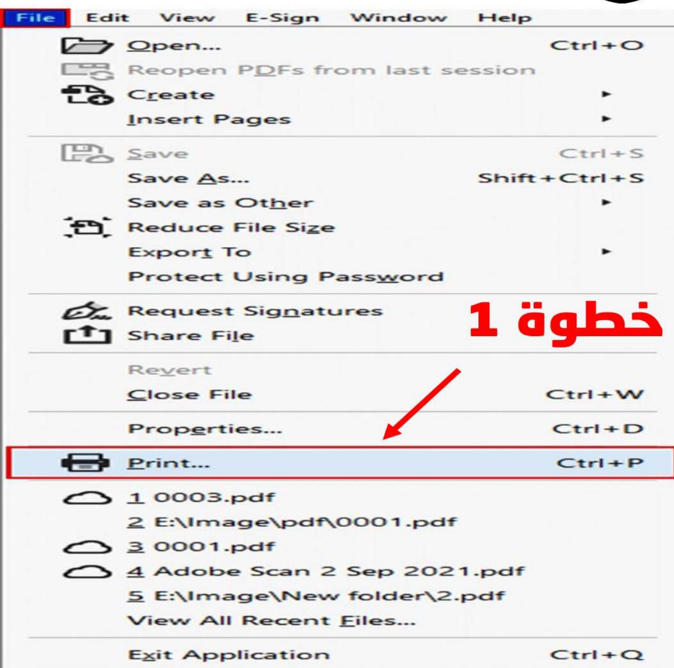
(جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٦

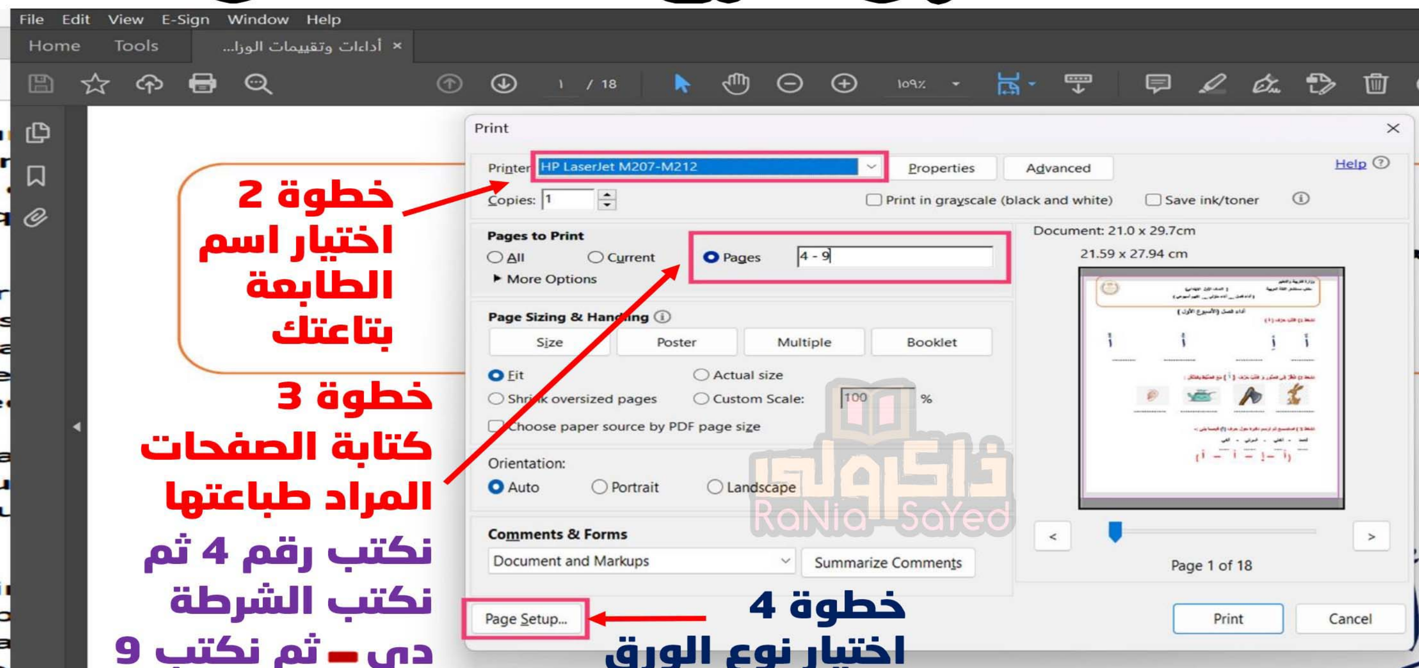
٢ أجب عن الأسئلة الآتية :

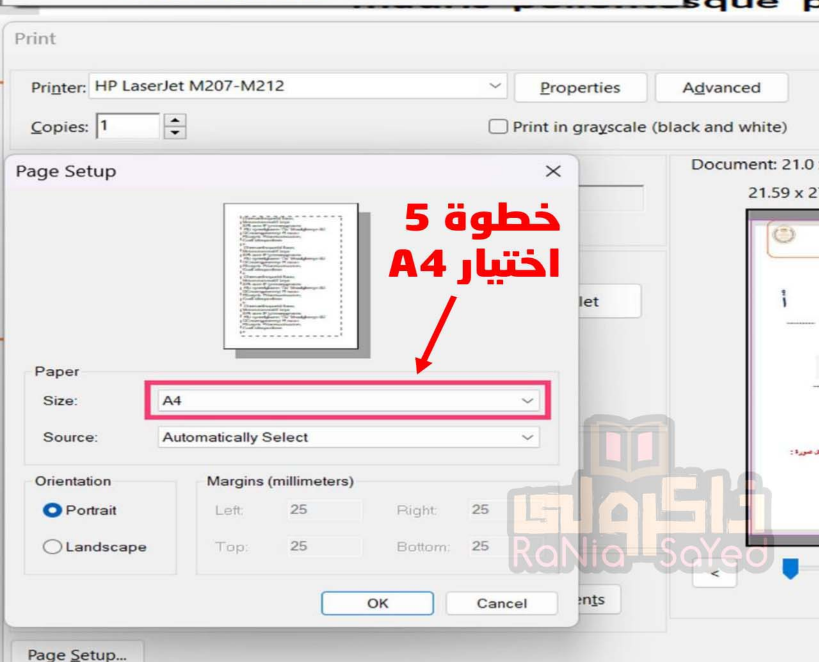
(أ) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٦٦ م/ث إلى ٧٩,٢ كم/س خلال قطعها مسافة ٦٦ مترًا ، أوجد الزمن الذى قطعت فيه السيارة هذه المسافة ، ثم أوجد المسافة التى تقطعها بعد ذلك حتى تسكن.

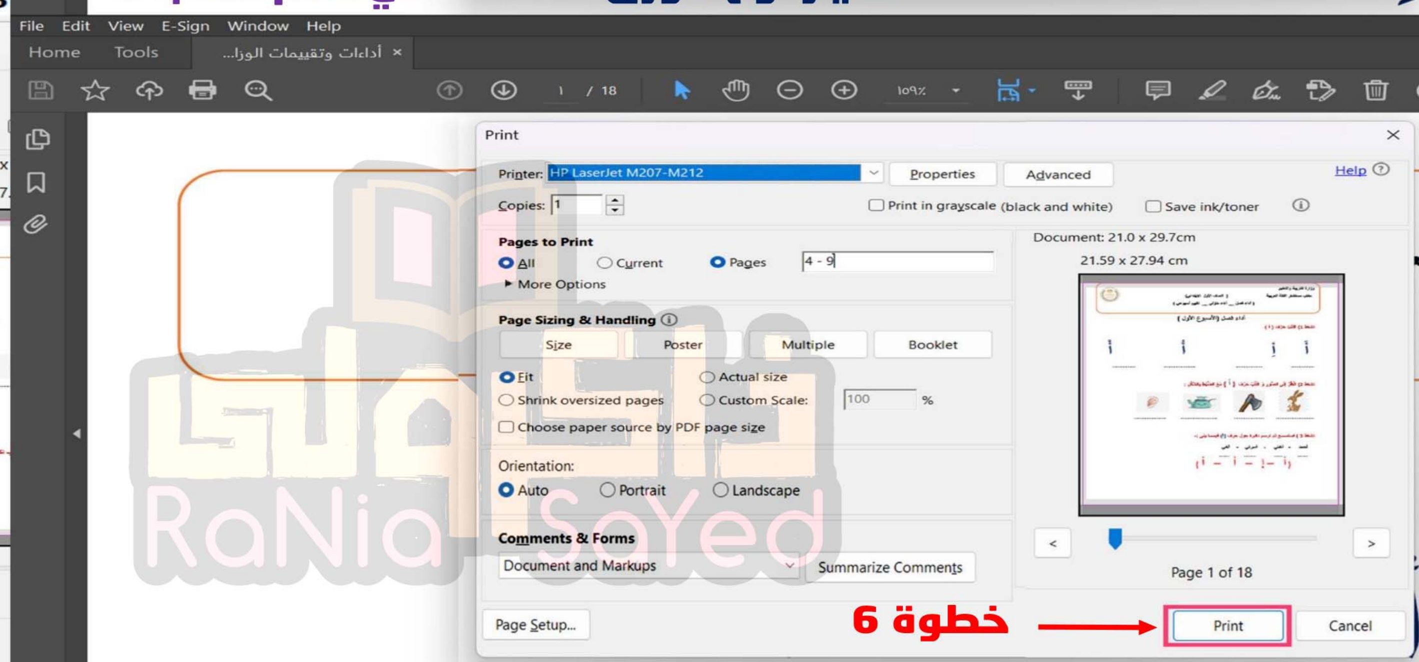
(ب) قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ٤٠ متر/ث من نقطة على سطح الأرض وبعد ثانية قذف جسيم آخر من نفس النقطة وبنفس السرعة الابتدائية للجسيم الأول. بعد كم ثانية وعلى أى ارتفاع يتلاقى الجسيمان.
(اعتبر عجلة الجاذبية الأرضية ء = ١٠ متر/ث^{٢}) ؟

كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين
مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9









حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (2)

اختبار شهر مارس





الوحدة الأولى – المتتابعات والمتسلسلات

الدرس الأول: المتتابعات

ملخص الدرس:

ـ المتتابعة :

المتتابعة هى دالة مجالها مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة (ص $^+$) أو مجموعة جزئية منها ، ومجالها المقابل مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)

ـ المتتابعة المنتهية والمتتابعة غير المنتهية:

تكون المتتابعة منتهبة إذا كان عدد حدودها منتهيا(أي يمكن حصره أو عده) وتكون غير منتهية إذا كان عدد حدودها غير منته (عدد لا نهائي من العناصر)

ـ الحد العام للمتتابعة

الحد العام للمتتابعة (ويسمى احيانا بالحد النوني) ويرمز له بالرمز $ح_{ن}$ هو صور العنصر الذي ترتيبه ن في المتتابعة ويمكن استنتاجه من خلال حدود معطاه للمتتابعة ، وذلك بإدرك العلاقة بين قيمة الحد $ح_{ن}$ ورتبته ن.

ـ المتتابعة التزايدية - المتتابعة التناقصية – المتتابعة الثابتة :

تسمى المتتابعة ($ح_{ن}$) متتابعة تزايدية إذا كان $ح_{ن+١} > ح_{ن}$ لكل ن $\geq$ ١

تسمى المتتابعة ($ح_{ن}$) متتابعة تناقصية إذا كان $ح_{ن+١} < ح_{ن}$ لكل ن $\geq$ ١

تسمى المتتابعة ($ح_{ن}$) متتابعة ثابتة إذا كان $ح_{ن+١} = ح_{ن}$ لكل ن $\geq$ ١

ملحوظة(١) : ليس بالضرورة أن يكون للمتتابعة قاعدة معرفة فمتتابعة الاعداد الاولية :

(٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، .....) ليس لها قاعدة معرفة حتى الان.

أمثلة محلولة

مثال (١) : بين أيا مما يلي يمثل متتابعة وايا منها لا يمثل متتابعة مع ذكر السبب:

(١) د : ح ⟵ ح ، د (ن) = ن +١

(٢) د : ص ⟵ ح ، د (ن) = ن +١

(٣) د : $ص^+$ ⟵ ح ، د (ن) = ن +١

(٤) د: { ١ ، ٢ ، ٣ } ⟵ ح ، د (ن) = ن +١

الحل :

(١) د : ح ⟵ ح ، د (ن) = ن +١ لا تمثل متتابعة لأن مجالها ليس $ص^+$ أو مجموعة جزئية منها

(٢) د : ص ⟵ ح ، د (ن) = ن +١ لا تمثل متتابعة لأن مجالها ليس $ص^+$ أو مجموعة جزئية منها

(٣) د : $ص^+$ ⟵ ح ، د (ن) = ن +١ تمثل متتابعة لأن مجالها $ص^+$

(٤) د: { ١ ، ٢ ، ٣ } ⟵ ح ، د (ن) = ن +١ تمثل متتابعة لأن مجالها مجموعة جزئية من $ص^+$

تدريب (١):

بين أيا مما يلي يمثل متتابعة وايا منها لا يمثل متتابعة :

(١) د : ط ⟵ ح ، د (ن) = $ن^٢$

(٢) د : صه ⟵ ح ، د (ن) = ٣ ن +١

(٣) د : $ص^+$ ⟵ ح ، د (ن) = ٥ ن - ١

(٤) د: { ١ ، ٢ ، ٣ ،......، ١٠ } ⟵ ح ، د (ن) = ن

مثال ٢ :

بين أيا من المتتابعات التالية يمثل متتابعة منتهية و ايا منها يمثل متتابعة غير منتهية مبينا ما إذا كانت تزايدية أم تناقصية أم ثابتة أم غير ذلك:

(١) المتتابعة (ع ن) حيث ع ن = ٣ن + ١ ، ن ∈ { ١ ، ٢ ، ٣، ٤ }

(٢) المتتابعة (ع ن) حيث ع ن = ـ ن + ٣ ، ن ∈ ص+

(٣) المتتابعة (ع ن) حيث ع ن = (- ١)^٢ن ، ن ∈ ص+

(٤) المتتابعة (ع ن) حيث ع ن = (- ١)^ن ، ن ∈ { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

الحل :

(١) المتتابعة (ع ن) حيث ع ن = ٣ن + ١ ، ن ∈ { ١ ، ٢ ، ٣، ٤ }

والتي يمكن كتابتها بالصورة (٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣)

متتابعة منتهية لانها تتكون من عدد منته من الحدود (أربعة حدود) ،

وهي تمثل متتابعة تزايدية لأن ع ن+١ > ع ن لكل ن ≥ ١

(٢) المتتابعة (ع ن) حيث ع ن = ـ ن + ٣ ، ن ∈ ص+

والتي يمكن كتابتها بالصورة (٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ،......)

متتابعة غير منتهية لان عدد عناصرها غير منته ، وهي تمثل متتابعة

تناقصية لأن ع ن+١ < ع ن لكل ن ≥ ١

(٣) المتتابعة (ع ن) حيث ع ن = (- ١)^٢ن ، ن ∈ ص+

والتي يمكن كتابتها بالصورة (١ ، ١ ، ١ ، ١ ، ١ ،......)

متتابعة غير منتهية لان عدد عناصرها غير منته ، وهي تمثل متتابعة

ثابتة لأن ع ن+١ = ع ن لكل ن ≥ ١

(٤) المتتابعة (ع ~ن~) حيث ع ~ن~ = (- ١)^ن^ ، ن ∈ { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

والتي يمكن كتابتها بالصورة (-١ ، ١ ، -١ ، ١ ، -١)

متتابعة منتهية لانها تتكون من عدد منته من الحدود ، وهي تمثل متتابعة ليست تزايدية وليست تناقصية كما انها غير ثابتة وتسمي المتتابعة التي اي حد من حدوها موجب والذي يليه سالب أو العكس تسمى بالمتتابعة التذبذبية

تدريب (٢):

بين أيا من المتتابعات التالية يمثل متتابعة منتهية و ايا منها يمثل متتابعة غير منتهية مبينا ما إذا كانت تزايدية أم تناقصية أم ثابتة أم غير ذلك:

(١) المتتابعة (ع ~ن~) حيث ع ~ن~ = ٧ ن - ٦ ، ن ∈ { ١ ، ٢ ، ٤، ٣ }

(٢) المتتابعة (ع ~ن~) حيث ع ~ن~ = ـ ٢ن + ١ ، ن ∈ ص^+^

(٣) المتتابعة (ع ~ن~) حيث ع ~ن~ = (- ١)^٤ن^ ، ن ∈ ص^+^

(٤) المتتابعة (ع ~ن~) حيث ع ~ن~ = (- ٢)^ن^ ، ن ∈ { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤،........ ، ٩٩}

مثال (٣) : أكتب كلا من المتتابعات التي حدها النوني يعطى بالقواعد التالية :

(١) ع ~ن~ = (-١)^ن^ (ن^٢^ + ١) (إلى اربعة حدود ابتداء من الحد الاول)

(٢) ع ~ن~ = (ن − ١) / (ن + ١) (إلى خمسة حدود ابتداء من الحد الاول)

(٣) ع ~ن~ = (٢)^− ن^ (إلى عدد غير منتهي من الحدود ابتداء من الحد الاول)

الحل :

(١) (- ٢ ، ٥ ، - ١٠ ، ١٧)

(٢) (٠ ، ١/٣ ، ١/٢ ، ٣/٥ ، ٢/٣)

(٣) (١/٢ ، ١/٤ ، ١/٨ ، ١/١٦ ، ....)

تدريب (٣):

أكتب الثلاث حدود الاولى من المتتابعة التي حدها النوني يعطى بالقاعدة التالية:

$ح_ن = (-١)^ن (٢ن - ١)$

مثال (٤) : الحد النونى للمتتابعة: (٣ ، ٥ ، ٧، ٩،.............) هو.................

Ⓐ ن + ١ Ⓑ ٢ن - ١ Ⓒ ٢ن + ١ Ⓓ ٢ن + ٣

الحل : Ⓒ ٢ن + ١

تدريب (٤): الحد النونى للمتتابعة: (١ ، ٨ ، ٢٧، ٦٤،.............) هو.................

Ⓐ ٣ ن Ⓑ $٣^ن$ Ⓒ $ن^٣$ Ⓓ $٢^ن$

حلول التدريبات:

حل تدريب (١):

(١) ليست متتابعة
(٢) ليست متتابعة
(٣) متتابعة
(٤) متتابعة

حل تدريب (٢):

(١) منتهية - تزايدية
(٢) غير منتهية – تناقصية
(٣) غير منتهية – ثابتة
(٤) منتهية – ليست تزايدية ولا تناقصية ولا ثابتة

حل تدريب (٣):

$ح_١ = -١$ ، $ح_٢ = ٣$ ، $ح_٣ = -٥$

حل تدريب (٤): Ⓒ $ن^٣$

تمارين على الدرس الأول

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة.

١) الدالة التي تمثل متتابعة فيما يلي هي ....

أ) د : ح ⟵ ح ، د (ن) = ٣ ن + ٧

ب) د : ص ⟵ ح ، د (ن) = ٣ ن + ٧

ج) د : $ص^+$ ⟵ ح ، د (ن) = ٣ ن + ٧

د) د : ط ⟵ ح ، د (ن) = ٣ ن + ٧

٢) أي من المتتابعات ($ح_ن$) التالية تكون تزايدية ؟

أ) ($ح_ن$) = (جتا ن π)

ب) ($ح_ن$) = (جا ن π)

ج) ($ح_ن$) = (١٠ - ن)

د) ($ح_ن$) = (ن - ٧)

٣) أي من المتتابعات ($ح_ن$) التالية تكون ثابتة ؟

أ) ($ح_ن$) = (جتا ن π)

ب) ($ح_ن$) = (جا ن π)

ج) ($ح_ن$) = (١٠ - ن)

د) ($ح_ن$) = (ن – ٧)

٤) المتتابعة المنتهية فيما يلي هي ....

أ) (ع ن) = (- ٣ ن) ، ن ∈ ص$^+$

ب) (ع ن) = ((-١)^ن ن) ، ن ∈ ص$^+$

ج) (ع ن) = (- ١ ، ٤ ، -٩ ، ١٦ ، ....، ١٠٠)

د) (ع ن) = (١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، ....)

٥) الحد الخامس في المتتابعة (٢^ن – ن) هو..................

أ) ٢٧

ب) ٣٢

ج) ٣٩

د) ٢٩

اجابة تمارين الدرس الاول

١) ج ٢) د ٣) ب ٤) ج ٥) أ

الدرس الثاني: المتسلسلات ورمز التجميع

ملخص الدرس:

ـ المتسلسلة:

هي عملية جمع عدد معين من حدود متتابعة ما، فمثلا ١ + ٣ + ٥ + ... + ٩٩ هي متسلسلة تعبر عن مجموع حدود المتتابعة (١ ، ٣ ، ٥ ، ....، ٩٩)

ـ رمز التجميع $\sum$

هو رمز يستخدم للتعبير عن جمع المتسلسة بطريقة مختصرة فمثلا المتسلسلة

١ + ٣ + ٥ + ...+٩٩ يمكن التعبير عنها باستخدام الرمز $\sum$ (ويقرأ سيجما) **كما يلي:**

$$١ + ٣ + ٥ + ...+ ٩٩ = \sum_{ر=١}^{٥٠} (٢ر - ١)$$

ـ المتسلسلة المنتهية والمتسلسلة غير المنتهية:

المتسلسلة المنتهية هي المتسلسلة التي يمكن حصر عدد حدودها ويمكن التعبير عنها باستخدام رمز $\sum$

كما يلي $\sum_{ر=١}^{ن} ع_ن$ وتقرأ مجموع $ح_ن$ من ر = ١ إلى ر = ن

المتسلسلة غير المنتهية هي المتسلسلة التي لا يمكن حصر عدد حدودها ويمكن التعبير عنها باستخدام رمز $\sum$

كما يلي $\sum_{ر=١}^{\infty} ع_ن$ وقد استخدم الرمز ∞ للتعبير عن ذلك

ـ الخواص الجبرية للتجميع:

١- إذا كانت ($ح_ن$) ،($هـ_ن$) متتابعتين ، ن ∈ $ص^+$ ، ا ∈ ع فإن :

(أ) $\sum_{ر=١}^{ن} ا = ا ن$

(ب) $\sum_{ر=١}^{ن} ا ح_ر = ا \sum_{ر=١}^{ن} ح_ر$

(جـ) $\sum_{ر=١}^{ن} (ح_ر \pm هـ_ر) = \sum_{ر=١}^{ن} ح_ر \pm \sum_{ر=١}^{ن} هـ_ر$

٢- $\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \text{ر} = \frac{\text{ن}(\text{ن}+1)}{2}$ $\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \text{ر}^2 = \frac{\text{ن}(\text{ن}+1)(2\text{ن}+1)}{6}$

أمثلة محلولة

مثال (١) :

أكتب مفكوك كل من المتسلسلات الآتية ، ثم أوجد مجموعها:

(أ) $\sum_{\text{ر}=1}^{5} (5\text{ر}+1)$ (ب) $\sum_{\text{ر}=1}^{4} (\text{ر}^2-9)$ (ج) $\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \left(\frac{1}{\text{ر}+1}-\frac{1}{\text{ر}}\right)$

الحل :

(أ) $\sum_{\text{ر}=1}^{5} (5\text{ر}+1) = (5\times1+1)+(5\times2+1)+(5\times3+1)+(5\times4+1)+(5\times5+1) = 80$

(ب) $\sum_{\text{ر}=1}^{4} (\text{ر}^2-9) = (1^2-9)+(2^2-9)+(3^2-9)+(4^2-9) = -6$

(ج) $\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \left(\frac{1}{\text{ر}+1}-\frac{1}{\text{ر}}\right) = \left(\frac{1}{2}-1\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)+\ldots\ldots+\left(\frac{1}{\text{ن}+1}-\frac{1}{\text{ن}}\right)$

$= -1+\frac{1}{\text{ن}+1} = \frac{-\text{ن}}{\text{ن}+1}$

تدريب (١):

أكتب مفكوك كل من المتسلسلات الآتية ، ثم أوجد مجموعها:

(أ) $\sum_{\text{ر}=1}^{7} (3\text{ر}-4)$ (ب) $\sum_{\text{ر}=1}^{5} (\text{ر}^2+1)$ (ج) $\sum_{\text{ر}=1}^{10} \left(\frac{1}{\text{ر}+1}-\frac{1}{\text{ر}}\right)$

مثال (٢) :

أوجد بطريقتين مختلفتين $\sum_{ر=١}^{٤} (١ + ر + ر^٢)$

الحل :

الطريقة الأولى (التعويض المباشر)

$$\sum_{ر=١}^{٤} (١ + ر + ر^٢) = (١ + ١ + ١^٢) + (١ + ٢ + ٢^٢) + (١ + ٣ + ٣^٢) + (١ + ٤ + ٤^٢)$$

$$= ٣ + ٧ + ١٣ + ٢١ = ٤٤$$

الطريقة الثانية (استخدام الخواص الجبرية للتجميع)

$$\sum_{ر=١}^{٤} (١ + ر + ر^٢) = \sum_{ر=١}^{٤} ١ + \sum_{ر=١}^{٤} ر + \sum_{ر=١}^{٤} ر^٢$$

$$= ١ \times ٤ + \frac{٤ \times ٥}{٢} + \frac{٤ \times ٥ \times ٩}{٦}$$

$$= ٤ + ١٠ + ٣٠ = ٤٤$$

تدريب (٢):

أوجد بطريقتين مختلفتين $\sum_{ر=١}^{٥} (٣ر - ر^٢)$

حلول التدريبات

حل تدريب (١):

(أ) ٥٦ (ب) ٦٠ (ج) $\frac{-١٠}{١١}$

حل تدريب (٢): -١٠

تمارين على الدرس الثاني

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة.

١) المتسلسلة (١ × ٢)+ (٢ × ٣)+ (٣ × ٤) + ...+(٩٩× ١٠٠) تكتب باستخدام رمز التجميع على الصورة ....

Ⓐ $\sum_{ر=1}^{99} (ر \times (ر+1))$

ب) $\sum_{ر=1}^{100} (ر \times (ر+1))$

ج) $\sum_{ر=1}^{\infty} (ر \times (ر+1))$

د) $\sum_{ر=1}^{101} (ر \times (ر-1))$

٢) المتسلسلة ١ + ٨ + ٢٧ + ٦٤+.................... تكتب باستخدام رمز التجميع على الصورة ....

Ⓐ $\sum_{ر=1}^{4} ر$

ب) $\sum_{ر=1}^{4} ر^3$

ج) $\sum_{ر=1}^{\infty} ر^3$

د) $\sum_{ر=1}^{64} ر$

٣) $\sum_{ر=٢}^{٤} ٥$ = ...

أ) ٥

ب) ٤×٥

ج) ٢×٥

د) ٣×٥

٤) $\sum_{ر=١}^{ن} ٦ر$ = ...

أ) ٦ ن

ب) ٦ ن + ١

ج) ٣ ن

د) ٣ ن (ن + ١)

٥) $\sum_{ر=١}^{ن} ٦ر^{٢}$ = ...

أ) $٦ ن^{٢}$

ب) $٦ ن^{٢} + ١$

ج) $(ن^{٢} + ن) (٢ ن + ١)$

د) ٣ ن (ن + ١)

اجابة تمارين الدرس الثاني

١) أ ٢) ج ٣) د ٤) د ٥) ج

الدرس الثالث: المتتابعة الحسابية

ملخص الدرس:

ـ المتتابعة الحسابية:

المتتابعة ($ح_ن$) تسمي متابعة حسابية إذا كان: $ح_{ن+1} - ح_ن = ء$ (حيث ء مقدار ثابت) لكل $ن \in ص^+$

يسمى ء أساس المتتابعة الحسابية

ـ الحد العام للمتتابعة الحسابية :

إذا كانت ($ح_ن$) متتابعة حسابية حدها الاول ٢ ، اساسها ء فإن الصورة العامة للمتتابعة الحسابية هي

(٢ ، ٢ + ء ، ٢ + ٢ ء ، ....) حيث $ح_1$ = ٢ ، $ح_2$ = ٢ + ء وهكذا ويكون الحد

العام للمتتابعة الحسابية أو الحد النوني هو $ح_ن$ ويعطى بالعلاقة $ح_ن$ = ٢ + (ن – ١) ء

ـ الاوساط الحسابية :

إذا كانت ٢ ، ب ، جـ ثلا ث حدود متتالية من متتابعة حسابية فإن :

١) **ب تسمى وسطا حسابيا بين ٢ ، جـ**

٢) ب – ٢ = جـ – ب

٣) ٢ ب = ٢ + جـ أو $ب = \frac{٢ + جـ}{٢}$

٤) **يمكن إدخال عدة اوساط حسابية ولتكن : $و_1$ ، $و_2$ ، $و_3$ ،................، $و_ن$ بين ٢ ، ب**

بحيث تكون الأعداد : (٢ ، $و_1$ ، $و_2$ ، $و_3$ ،................، $و_ن$ ، ب) متتابعة حسابية

عدد حدودها= (ن +٢) ، عدد أوساطها = ن

أمثلة محلولة

مثال (١) :

بين ايا من المتتابعات التالية تمثل متتابعة حسابية و ايا منها لا تمثل متتابعة حسابية و إذا كانت تمثل متتابعة حسابية فعين أساسها:

(أ) (١ ، ٥ ، ٩ ، ١٣ ،........)

(ب) (١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ،...........)

(جـ) ($ح_{ن}$) =(٢ ن – ٥)

الحل :

(أ) ∵ $ح_{٢}$ - $ح_{١}$ = ٥ – ١ = ٤ ، $ح_{٣}$ - $ح_{٢}$ = ٩ – ٥ = ٤ ، $ح_{٤}$ - $ح_{٣}$ = ١٣ – ٩ = ٤

∴ المتتابعة حسابية واساسها ء = ٤

(ب) ∵ $ح_{٢}$ - $ح_{١}$ = $\frac{١}{٢}$ – ١ = - $\frac{١}{٢}$ ، $ح_{٣}$ - $ح_{٢}$ = $\frac{١}{٣}$ – $\frac{١}{٢}$ = - $\frac{١}{٦}$ أي أن $ح_{٢}$ - $ح_{١}$ ≠ $ح_{٣}$ - $ح_{٢}$

∴ المتتابعة ليست حسابية

(جـ) $ح_{ن+١}$ - $ح_{ن}$ = (٢ (ن + ١) – ٥) – (٢ ن – ٥)

= ٢ ن + ٢ ـ٥ ـ٢ ن + ٥ = ٢ = مقدار ثابت

∴ المتتابعة حسابية واساسها ء = ٢

تدريب (١):

بين ايا من المتتابعات التالية تمثل متتابعة حسابية و ايا منها لا تمثل متتابعة حسابية و إذا كانت تمثل متتابعة حسابية فعين أساسها:

(أ) (٤ ، ٩ ، ١٤ ، ١٩ ،........)

(ب) ($ح_{ن}$) =(٣ ن)

(جـ) ($ح_{ن}$) = ($\frac{٣}{ن}$)

مثال (٢) :

أوجد عدد حدود المتتابعة (١٤ ، ١٧ ، ٢٠ ،.........................، ٧٧) ثم أوجد الحد التاسع

الحل :

المتتابعة حسابية حدها الاول ٢ = ١٤ ، اساسها ء = ٣ ، وحدها الاخير ل = ٧٧

بفرض أن عدد حدود المتتابعة هو ن فإن :

ل = ٢ + (ن - ١) ء ← ٧٧ = ١٤ + (ن - ١) × ٣ ، ∴ ن = ٢٢

$ع_٩$ = ٢ + ٨ ء = ١٤ + ٨ × ٣ = ٣٨

تدريب (٢):

اوجد عدد حدود المتتابعة (١٥ ، ٢٠ ، ٢٥،........................، ١٠٥) ثم أوجد الحد الثامن

مثال (٣) :

متتابعة حسابية حدها الثاني = ٨ ، وحدها التاسع = ـ ١٣ أوجد المتتابعة ثم أوجد حدها السابع

الحل :

نفرض أن المتتابعة هي (٢ ، ٢ + ء ، ٢ + ٢ ء ، ....)

بفرض أن عدد حدود المتتابعة هو ن فإن :

$ع_٢$ = ٨ ∴ ٢ + ء = ٨ ← ١)

$ع_٩$ = -١٣ ∴ ٢ + ٨ ء = ـ ١٣ ← ٢)

بحل ١) ، ٢) ٢ = ١١ ، ء = -٣

∴ المتتابعة هي (١١ ، ٨ ، ٥ ،.....................)

$ع_٧$ = ٢ + ٦ ء = ١١ + ٦ × -٣ = -٧

تدريب (٣):

متتابعة حسابية حدها الثالث = ٥ ، وحدها العاشر= - ١٦ أوجد المتتابعة ثم أوجد حدها االثامن .

مثال (٤) :

ادخل عشرين وسطا حسابيا بين العددين ١٤ ، ٧٧

الحل :

نفرض أن الاوساط هي ١٤+ ء ، ١٤ + ٢ ء ، ١٤ + ٣ ء ،................٧٧- ء

فتكون (١٤ ،١٤+ ء ، ١٤ + ٢ ء ، ١٤ + ٣ ء ،.............٧٧- ء ، ٧٧) متتابعة حسابية

حيث ٩ = ١٤ ، ں(عدد حدود المتتابعة) = ٢٠ + ٢ = ٢٢ ، ل = ٧٧

$ع_{٢٢}$ = ل ← ١٤ + ٢١ ء = ٧٧ ← ء = ٣

∴ الاوساط هي ١٧ ، ٢٠ ، ٢٣،.......................................،٧٤

تدريب (٤):

ادخل خمسة عشر وسطا حسابيا بين العددين - ٥ ، ٩١

حلول التدريبات

حل تدريب (١) ⓐ حسابية ، ء = ٥ ⓑ حسابية ، ء = ٣ ⓒ ليست متتابعة حسابية

حل تدريب (٢) ں = ١٩ ، $ع_{٨}$ = ٥٠

حل تدريب (٣)

المتتابعة هي (١١ ، ٨ ، ٥ ، ....) ، $ع_{٨}$ = - ١٠

حل تدريب (٤):

الاوساط هي (١ ، ٧ ،١٣،.........................، ٨٥)

تمارين على الدرس الثالث

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١) الحد الخامس عشر في المتتابعة الحسابية (٩٩ ، ٩٠ ، ٨١ ،............................) هو.....................

(أ) - ٢٧

(ب) ٢٧

(ج) - ١٨

(د) ١٨

٢) إذا كانت س ، ٧ ، ١٠ ، ص أربعة حدود متتالية من متتابعة حسابية فإن ص – س = ...

(أ) ٣

(ب) ٤

(ج) ٩

(د) ١٧

٣) عدد حدود المتتابعة الحسابية (١ ،٧ ، ١٣ ،..............................، ٦٧) يساوي.......حدا

(أ) ١٠

(ب) ١١

(ج) ١٢

(د) ١٣

٤) متتابعة حسابية حدها الثاني = ١١ ، وحدها الحادي عشر = ٢ فيكون حدها السابع = ...

(أ) ٧

(ب) ٦

(ج) ٥

(د) ٤

٥) إذا ادخلت عشرة اوساط حسابية بين ٢ ، - ٢٠ فإن: الوسط الرابع = ...

(أ) - ٦

(ب) - ٨

(ج) - ٤

(د) - ١٠

اجابة تمارين الدرس الثالث

١) (أ) ٢) (ج) ٣) ج ٤) ب ٥) أ

الدرس الرابع: المتسلسلات الحسابية

ملخص الدرس:

ـ مجموع ن حدا الاولى من متتابعة حسابية:

لأي متتابعة حسابية (ء ، ء + ى ، ء + ٢ى ، ....، ل) ومكونة من ن حدا فإن مجموع حدودها يعطى بالعلاقة :

$$ج_ن = \frac{ن}{٢} (ء + ل) \quad \text{أو} \quad ج_ن = \frac{ن}{٢} (٢ء + (ن - ١) ى) \quad \text{حيث:}$$

ء الحد الاول ، ل الحد الاخير ، ن عدد الحدود ، ى اساس المتتابعة الحسابية

ـ التعبير عن مجموع حدود متسلسلة حسابية باستخدام رمز التجميع Σ :

إذا كانت ($ع_ن$) متتابعة حسابية فإنه يمكن التعبير عن مجموع ن حدا الاولى منها باستخدام رمز التجميع كما يلي : $ج_ن = \sum_{ر=١}^{ن} ع_ر$

أمثلة محلولة

مثال (١) :

أوجد مجموع الأعداد الطبيعية الفردية الاقل من ١٠٠ .

الحل :

الاعداد الطبيعية الفردية الاقل من ١٠٠ هي (١ ، ٣، ٥ ، ....، ٩٩) وهي تمثل متتابعة حسابية حدها الاول ء = ١ ، وحدها الاخير ل = ٩٩ ، واساسها ى = ٢ وبفرض أن عدد حددوها ن

فإن $ل = ء + (ن - ١) ى \quad \leftarrow \quad ٩٩ = ١ + (ن - ١) \times ٢ \quad \therefore ن = ٥٠$

$$\therefore ج_ن = \frac{ن}{٢} (ء + ل) = \frac{٥٠}{٢} (١ + ٩٩) = ٢٥٠٠$$

تدريب (١):

أوجد مجموع الأعداد الزوجية الطبيعية الأقل من ١٠٠

مثال (٢) :

في المتتابعة الحسابية (٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ....) أوجد:

١) مجموع العشرة حدود الاولى منها.

٢) مجموع عشرة حدود منها ابتداءً من الحد الحادى عشر.

٣) عدد الحدود اللازم أخذها من هذه المتتابعة ابتداءً من الحد الاول ليكون المجموع مساوياً ٧٥٠.

الحل :

١) مجموع العشرة حدود الاولى منها.

المتتتابعة حسابية : أ = ٩ ، اساسها ء = ٣ ، ن = ١٠

$$\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢}\left(٢\,\text{أ} + (\text{ن} - ١)\,\text{ء}\right) = \frac{١٠}{٢}\left(٢ \times ٩ + (١٠ - ١) \times ٣\right) = ٢٢٥$$

٢) مجموع عشرة حدود منها ابتداءً من الحد الحادى عشر.

$$\text{ح}_{١١} = \text{أ} + ١٠\,\text{ء} = ٩ + ١٠ \times ٣ = ٣٩$$

$$\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{١٠}{٢}\left(٢ \times ٣٩ + (١٠ - ١) \times ٣\right) = ٥٢٥$$

٣) عدد الحدود اللازم أخذها من هذه المتتابعة ابتداءً من الحد الاول ليكون المجموع مساوياً ٧٥٠.

نفرض أن عدد الحدود المطلوب هو ن فيكون

$$٧٥٠ = \frac{\text{ن}}{٢}\left(٢ \times ٩ + (\text{ن} - ١) \times ٣\right) \leftarrow ١٥٠٠ = ١٨\,\text{ن} + ٣\,\text{ن}(\text{ن} - ١)$$

$$٣\,\text{ن}^{٢} + ١٥\,\text{ن} - ١٥٠٠ = ٠ \leftarrow \text{ن} = ٢٠ \;\textbf{(مقبول)} \quad \text{أو} \quad \text{ن} = -٢٥ \;\textbf{مرفوض}$$

∴ ن (عدد الحدود) = ٢٠ حدا

تدريب (٢):

في المتتابعة الحسابية (٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ....) أوجد:

١) مجموع العشرة حدود الاولى منها.

٢) مجموع العشرة حدود الثانية منها.

٣) عدد الحدود اللازم أخذها من هذه المتتابعة ابتداءً من الحد الاول ليكون المجموع مساوياً ٩٥٠.

مثال (٣) :

أوجد ١) $\sum_{ر = ١}^{٢٠} (٣ ر - ١)$

٢) $\sum_{ر = ٥}^{٢٠} (٣ ر - ١)$

الحل :

١) $\sum_{ر = ١}^{٢٠} (٣ ر - ١)$ = مجموع متتابعة حسابية حدها الاول = ٢ ، حدها الأخير= ٥٩ ، وعدد حدودها = ٢٠

$\therefore \sum_{ر = ١}^{٢٠} (٣ ر - ١) = \frac{٢٠}{٢} (٢ + ٥٩) = ٦١٠$

٢) $\sum_{ر = ٥}^{٢٠} (٣ ر - ١)$ = مجموع متتابعة حسابية حدها الاول = ١٤ ، حدها الأخير= ٥٩ ، وعدد حدودها = ١٦

$\therefore \sum_{ر = ٥}^{٢٠} (٣ ر - ١) = \frac{١٦}{٢} (١٤ + ٥٩) = ٥٨٤$

تدريب (٣):

أوجد ١) $\sum_{ر=١}^{٢٠} (٢ر + ٧)$

٢) $\sum_{ر=٥}^{٢٠} (٢ر + ٧)$

حلول التدريبات:

حل تدريب (١) ٢٤٥٠

حل تدريب (٢):

١) ٢٧٥ ٢) ٧٧٥ ٣) ١٩

حل تدريب (٣):

١) ٥٦٠ ٢) ٥١٢

تمارين على الدرس الرابع

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١) إذا كان: $\sum_{ر=١}^{ن}$ (٣ – ٤ ر) = – ٣٩١ فإن: ن = ...

أ) ١٧

ب) ١٨

جـ) ١٩

د) ٢٠

٢) **مجموع حدود المتتابعة الحسابية (١ ، ٣ ، ٥ ،........................، (٢ ن – ١)) يساوي**

أ) $ن^٢$

ب) ن (ن + ١)

جـ) ن (ن – ١)

د) ٢ $ن^٢$

٣) **مجموع حدود المتتابعة الحسابية (١ ،٧ ، ١٣ ،..............................، ٦٧) يساوي........**

أ) ٤٢٠

ب) ٤١٤

جـ) ٤٠٨

د) ٤٠٢

٤) إذا كان مجموع ن حدا الاولى من متتابعة حسابية يعطى بالقانون جـ $_{ن}$ = ٢ ن (٧ – ن) فإن

ح $_{٧}$ =.........

Ⓐ صفر

Ⓑ ١٢

Ⓒ -١٤

Ⓓ -١٢

٥) إذا كان مجموع ن حدا الاولى من متتابعة حسابية يعطى بالقانون جـ $_{ن}$ = ٢ ن (٧ – ن) فإن

عدد الحدود اللازم أخذها ابتداءً من الحد الأول ليكون المجموع مساويا – ٢٤٠ هو........

Ⓐ ١٢

Ⓑ ١٣

Ⓒ ١٤

Ⓓ ١٥

اجابة تمارين الدرس الرابع

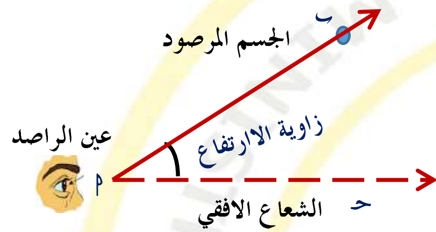
١) Ⓐ ٢) Ⓐ ٣) Ⓒ ٤) Ⓓ ٥) Ⓓ

الصف الثاني الثانوي – الرياضيات البحتة- القسم العلمى
الوحدة الرابعة– حساب المثلثات

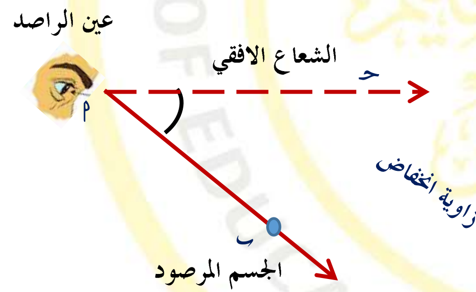
الدرس الأول: زوايا الارتفاع والانخفاض (تطبيقات على حل المثلث)

المفاهيم الاساسية للدرس:

- **زاوية الارتفاع :** هي الزاوية المحصورة بين الشعاع الأفقي($\overrightarrow{أ ح}$) و الشعاع ($\overrightarrow{أ ب}$) الواصل بين عين الراصد و الجسم المرصود (كما بالشكل المقابل)



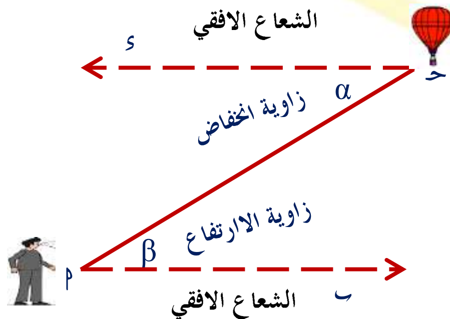
- **زاوية الانخفاض :** هي الزاوية المحصورة بين الشعاع الأفقي($\overrightarrow{أ ح}$) و الشعاع($\overrightarrow{أ ب}$) الواصل بين عين الراصد و الجسم المرصود (كما بالشكل المقابل)



ملحوظةهامة:

قياس زاوية ارتفاع البالون بالنسبة للرجل (β) = قياس زاوية انخفاض الرجل بالنسبة للبالون (α)

(كما بالشكل المقابل),



تذكر أن :

- **قاعدة الجيب :** لأي مثلث ٤ ب حـ يكون : $\frac{\text{٤}/}{\text{جا٤}} = \frac{\text{ب}/}{\text{جاب}} = \frac{\text{جـ}/}{\text{جاجـ}}$
- **قياس الزاوية الخارجة عند رأس مثلث = مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين ماعدا المجاورة لها**

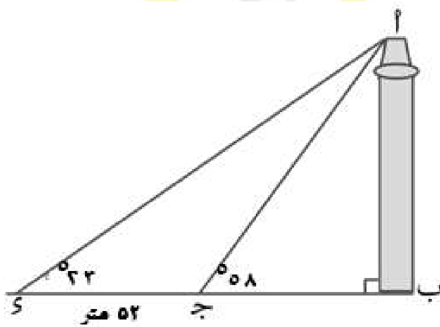
مثال (١) :

من نقطة على سطح الأرض رصد رجل زاوية ارتفاع قمة برج فوجد قياسها يساوي ٢٣° ثم سار الرجل في خط مستقيم نحو قاعدة البرج مسافة ٥٢ متراً في المستوى الأفقي نحو قاعدة البرج ورصد زاوية ارتفاع قمة البرج مرة أخرى فوجد قياسها أصبح ٥٨° أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر .

الحل:

في Δ ٤ حـ ء :

ق(∠حـ٤ء) = ٥٨° ـ ٢٣° = ٣٥° (∠٤حـب خارجة عن Δ ٤ حـ ء)



بتطبيق قاعدة الجيب في Δ ٤ حـ ء :

$\frac{\text{٥٢}}{\text{جا ٣٥°}} = \frac{\text{٤ حـ}}{\text{جا ٢٣°}}$

∴ ٤ حـ = $\frac{\text{٥٢} \times \text{جا ٢٣°}}{\text{جا ٣٥°}}$ ≃ ٣٥,٤٢٣ متر

في Δ ٤ ب حـ (من قاعدة الجيب):

$\frac{\text{٤ حـ}}{\text{جا ٩٠°}} = \frac{\text{٤ ب}}{\text{جا ٥٨°}}$ ∴ ٤ ب = $\frac{\text{٤ حـ} \times \text{جا ٥٨°}}{\text{جا ٩٠°}}$ ≃ ٣٠ متر

∴ ارتفاع البرج = ٣٠ متر تقريبا

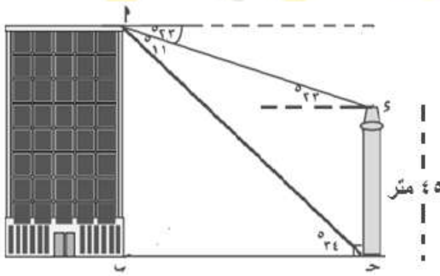
تدريب (١):

رصد رجل زاوية ارتفاع قمة برج من نقطة على سطح الأرض فوجد قياسها ٣٦° ثم سار الرجل في خط مستقيم متجهاً نحو قاعدة البرج مسافة ٨٠ متر ثم رصد زاوية ارتفاع قمة البرج مرة أخرى فوجد قياسها ٦٢° أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر

مثال (٢):

من قمة تل رصد رجل قياس زاويتي انخفاض قمة و قاعدة برج فكانتا ٢٣° ، ٣٤° على الترتيب فإذا كان ارتفاع البرج ٤٥ مترا . أوجد ارتفاع التل لأقرب متر علما بأن قاعدتي التل والبرج في مستوى أفقي واحد

الحل:



من الشكل : ق(∠ ء أ حـ) = ٣٤° - ٢٣° = ١١°

ق(∠ أ ء حـ) = ٩٠° + ٢٣° = ١١٣°

في Δ أ حـ ء (من قاعدة الجيب):

$$\frac{٤٥}{\text{جا } ١١^\circ} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{جا } ١١٣^\circ} \quad \therefore \text{أ حـ} = \frac{٤٥ \times \text{جا } ١١٣^\circ}{\text{جا } ١١^\circ} \simeq ٢١٧,٠٩ \text{ متر}$$

في Δ أ حـ ب (من قاعدة الجيب):

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{جا } ٣٤^\circ} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{جا } ٩٠^\circ}$$

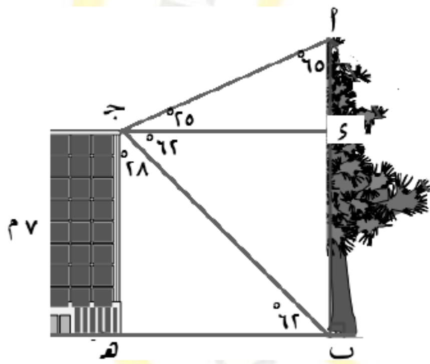
$$\therefore \text{أ ب} = \frac{\text{أ حـ} \times \text{جا } ٣٤^\circ}{\text{جا } ٩٠^\circ} \simeq ١٢١ \text{ متر}$$

تدريب (٢):

من قمة برج ارتفاعه ١٩٠متر استخدم شخص منظار لرصد زاويتي انخفاض قمة و قاعدة منزله القريب من البرج فكان قياسهما ٤٥° ، ٧٠° على الترتيب، فأوجد ارتفاع المنزل لأقرب متر ، علماً بأن قاعدة المنزل و البرج على نفس المستوى الأفقي ٠

مثال (٣) :

من قمة منزل ارتفاعه ٧ متر كان قياس زاوية ارتفاع قمة شجرة ٢٥° و قياس زاوية انخفاض قاعدة الشجرة ٦٢° أوجد المسافة بين قاعدتي المنزل و الشجرة لأقرب متر علما بأن (قاعدتي المنزل و الشجرة في مستوى أفقي واحد) ثم أوجد ارتفاع الشجرة لاقرب متر



الحل:

في Δ هـ ب حـ (من قاعدة الجيب):

$$\frac{٧}{\text{جا } ٦٢^\circ} = \frac{\text{ب هـ}}{\text{جا } ٢٨^\circ}$$

$$\therefore \text{ب هـ} = \text{ء حـ} = \frac{٧ \times \text{جا } ٢٨^\circ}{\text{جا } ٦٢^\circ} \simeq ٣{,}٧٢١ \text{ متر}$$

في Δ أ ء حـ (من قاعدة الجيب):

$$\frac{\text{أ ء}}{\text{جا } ٢٥^\circ} = \frac{\text{ء حـ}}{\text{جا } ٦٥^\circ} \qquad \therefore \text{أ ء} = \frac{\text{ء حـ} \times \text{جا } ٢٥^\circ}{\text{جا } ٦٥^\circ} \simeq ١{,}٧٤ \text{ متر}$$

$$\therefore \text{ طول الشجرة} = \text{أ ء} + \text{ء ب} = ٧ + ١{,}٧٤ \simeq ٩ \text{ متر تقريبا}$$

تدريب (٣):

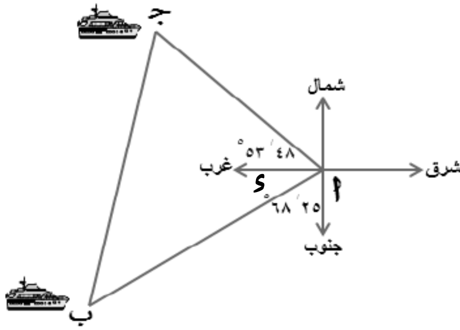
من قمة منزل ارتفاعه ٢٥ متر كان قياس زاوية ارتفاع قمة البرج ٧٠° و قياس زاوية انخفاض قاعدة البرج ٣٠° فأوجد ارتفاع البرج لاقرب متر (علما بأن قاعدتي البرج و المنزل في مستوى أفقي واحد)

مثال (٤) :

تحركت سفينة من نقطة معينة في اتجاه ٢٥َ ٦٨° غرب الجنوب بسرعة مقدارها ١٢ كم / ساعة وفي نفس اللحظة تحركت سفينة أخرى من نفس النقطة في اتجاه ٤٨َ ٥٣° شمال الغرب بسرعة ٧ كم / ساعة ، أوجد المسافة بين السفينتين بعد ٣ ساعات (مقربا الجواب لاقرب رقم عشري)

الحل:

المسافة المقطوعة = السرعة المنتظمة × الزمن الذي قُطعت فيه المسافة



أ ب = ١٢ × ٣ = ٣٦ كم

أ حـ = ٧ × ٣ = ٢١ كم

ق(∠ ب أ ء) = ٩٠° ـ ٢٥َ ٦٨° = ٣٥َ ٢١°

ق(∠ ب أ حـ) = ٤٨َ ٥٣° + ٣٥َ ٢١° = ٢٣َ ٧٥°

في Δ أ ب حـ : (المطلوب البعد بين السفينتين يساوى طول $\overline{\text{ب حـ}}$)

بتطبيق قاعدة جيب التمام :

(ب حـ)^2 = (٣٦)^2 + (٢١)^2 ـ ٢ × ٣٦ × ٢١ × جتا ٢٣َ ٧٥°

ب حـ ≃ ٣٦,٨ كم

تدريب (٤):

تحركت سفينة من نقطة معينة في اتجاه ٧٠° شرق الجنوب بسرعة مقدارها ١٢ كم / ساعة و في نفس اللحظة تحركت سفينة أخرى من نفس النقطة في اتجاه ٥٥° شمال الشرق بسرعة ٥ كم / ساعة أوجد المسافة بين السفينتين بعد ساعتين .

(لاقرب عدد صحيح)

مثال (٥) :

من نقطة ا على شاطئ نهر رصد رجل موقع منزل عند نقطة ب على الضفة الاخرى من النهر فوجدها في اتجاه ٢٥° شمال الشرق و لما سار الرجل بمحاذاة الشاطئ في اتجاه الشرق لمسافة ٢٠٠ متر حتى وصل الى نقطة جـ ، وجد الرجل أن نقطة ب أصبحت في اتجاه ٤٨° شمال الشرق , أوجد عرض النهر لاقرب متر علما بأن (ضفتي النهر متوازيتان و النقط ا ، جـ ، د في مستوى أفقي واحد)

الحل:

لاحظ المطلوب (عرض النهر $\overline{بد}$)

∵ ق(∠ ا ب جـ) = ٤٨° ـ ٢٥° = ٢٣°

في Δ ا ب جـ (من قاعدة الجيب): $\frac{٢٠٠}{\text{جا } ٢٣^\circ} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{جا } ٢٥^\circ}$

$\text{ب جـ} = \frac{٢٠٠ \times \text{جا } ٢٥^\circ}{\text{جا } ٢٣^\circ} \simeq ٢١٦.٣٢$ متر

في Δ جـ ب د (من قاعدة الجيب): $\frac{\text{ب د}}{\text{جا } ٤٨^\circ} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{جا } ٩٠^\circ}$

∴ $\text{ب د} = \frac{\text{ب جـ} \times \text{جا } ٤٨^\circ}{\text{جا } ٩٠^\circ} \simeq ١٦١$ متر ∴ **عرض النهر ١٦١ متر تقريبا**

تدريب (٥):

من نقطة ا على شاطئ نهر رصد رجل موقع منزل عند نقطة ب على الضفة الآخرى للنهر فوجدها في اتجاه ٢٠° شمال الشرق ولما سار الرجل بمحاذاة الشاطئ في اتجاه الشرق مسافة ٣٠٠ متر حتى وصل إلى نقطة جـ وجد أن نقطة ب في اتجاه ٤٦° شمال الشرق أوجد عرض النهر لاقرب متر ٠

علما بأن (ضفتي النهر متوازيتان و النقط ا ، جـ ، د في مستوى أفقي واحد)

حل التدريبات

حل تدريب (١): ٩٥ متر

حل تدريب (٢): ١٢١ متر

حل تدريب (٣): ١٤٤ متر

حل تدريب (٤): ٢٣ كم

حل تدريب (٥): ١٦٨ متر

تمارين على الدرس الأول:

اخترالاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة.

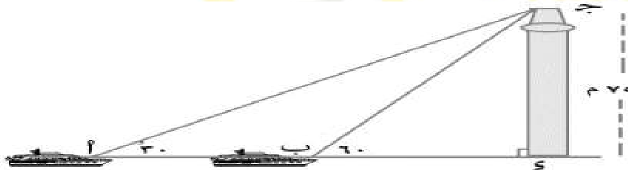
١) منارة ارتفاعها ٦٠ متراً مقامة على تل بالقرب من شاطئ البحر قيست زاويتا ارتفاع قمة و قاعدة المنارة من قارب فوق سطح البحر فوجدتا ٧٠° ، ٤٥° على الترتيب فان ارتفاع التل عن سطح البحر ≃........ متر

(أ) ٣٠ (ب) ٣٢ (ج) ٣٣ (د) ٣٤

٢) رصد رجل زاوية ارتفاع سارية علم من نقطة على سطح الأرض فوجد أن قياسها ٢٠° ثم سار على طريق أفقي متجهاً نحو قاعدة سارية العلم مسافة ٥٠ متر فوجد أن قياس زاوية الارتفاع أصبحت ٤٢° فان ارتفاع سارية العلم ≃........ متر لأقرب متر

(أ) ٣١ (ب) ٣٣ (ج) ٣٥ (د) ٣٧

٣) من الشكل المجاور :



المسافة بين النقطتين أ ، ب تساوي ...... متر

(أ) ٥٠ (ب) $50\sqrt{2}$ (ج) $50\sqrt{3}$ (د) $75\sqrt{2}$

٤) تحركت سفينة بسرعة ١٢ كم / ساعة في اتجاه ٤٥° جنوب الغرب وفى نفس اللحظة ومن نفس المكان تحركت سفينة أخرى بسرعة ٢٠ كم / ساعة في اتجاه الشمال الغربى فإن البعد بين السفينتين بعد ثلاث ساعات من بدء حركته ≃...... كم

(أ) ٦٥ (ب) ٦٧ (ج) ٧٠ (د) ٧٦

٥) برج ارتفاعه ١٠٠ متر مقام على صخرة ، من نقطة على سطح الأرض في المستوى الافقي المار بقاعدة الصخرة قيست زاويتا ارتفاع قمة و قاعدة البرج فوجدتا ٨٢$^\circ$ ، ٥٢$^\circ$ على الترتيب فان ارتفاع الصخرة ≃ .... متراً

(أ) ٢٠ (ب) ٢١ (ج) ٢٢ (د) ٢٣

٦) رصد شخص في قارب زاوية ارتفاع صخرة فوجد أن قياسها ٢٥$^\circ$ ثم تحرك في طريق أفقي نحو قاعدة الصخرة مسافة ٣٥ متر و رصد زاوية ارتفاع قمة الصخرة مرة أخرى وجدها ٤٣$^\circ$ فان ارتفاع الصخرة ≃ .... متر

(أ) ٣١ (ب) ٣٢ (ج) ٣٣ (د) ٣٤

إجابات تمارين على الدرس الأول:

١	٣٤
٢	٣١
٣	٥٠ $\sqrt{٣}$
٤	٧٠
٥	٢٢
٦	٣٣

الدرس الثانى :

عنوان الدرس الدوال المثلثية لمجموع وفرق قياسى زاويتين

ملخص الدرس:

تذكر أن : جا(١٨٠° − أ) = جا أ ، جتا(١٨٠° − أ) = −جتا أ

جا(١٨٠° + أ) = − جا أ ، جتا(١٨٠° + أ) = − جتا أ

جا(٩٠° − أ) = جتا أ ، جتا(٩٠° − أ) = جا أ

جا(−أ) = − جا أ ، جتا(−أ) = جتا أ ، ظا (−أ) = − ظا أ

قاعدة (١)

جا (أ+ب) = جا أ جتا ب + جتا أ جا ب

جا (أ-ب) = جا أ جتا ب − جتا أ جا ب

قاعدة (٢)

جتا (أ + ب) = جتا أ جتا ب − جا أ جا ب

جتا (أ-ب) = جتا أ جتا ب + جا أ جا ب

مثال (١): بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة ما يأتي :

(١) جا ١٠٥° (٢) جتا ٧٥°

الحل:

(١) جا ١٠٥° = جا (٦٠°+ ٤٥°) = جا ٦٠°جتا ٤٥° + جتا ٦٠° جا ٤٥°

$$= \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{\sqrt{٢}}$$

$$= \frac{١+\sqrt{٣}}{٢\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٦}+\sqrt{٢}}{٤}$$

(٢) جتا ٧٥° = جتا (٤٥°+ ٣٠°) = جتا ٤٥° جتا ٣٠° – جا ٤٥° جا ٣٠°

$= \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} - \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{٢} = \frac{\sqrt{٦} - \sqrt{٢}}{٤}$

تدريب (١): بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة ما يأتي :

(١) جتا (–١٥)°　　　(٢) جا ٧٥°

قاعدة (٣) $ظا (ٲ+ب) = \frac{ظاٲ + ظاب}{١ - ظاٲ ظاب}$ حيث ٲ، ب $\neq \frac{\pi}{٢}(٢ ن + ١)$ ، ن ∈ ص ، ظا ٲ ظاب ≠ ١

قاعدة (٤) $ظا (ٲ-ب) = \frac{ظاٲ - ظاب}{١ + ظاٲ ظاب}$ حيث ٲ، ب $\neq \frac{\pi}{٢}(٢ ن + ١)$ ، ن ∈ ص ، ظا ٲ ظاب ≠ –١

مثال (٢):

بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة : $\frac{ظا ٤٠° + ظا ٥°}{١ - ظا ٤٠° ظا ٥°}$

الحل:

$\frac{ظا ٤٠° + ظا ٥°}{١ - ظا ٤٠° ظا ٥°}$ = ظا (٤٠°+٥°) = ظا ٤٥° = ١

تدريب (٢):

بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة : $\frac{ظا ٧٥° - ظا ١٥°}{١ + ظا ٧٥° ظا ١٥°}$

مثال (٣): بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة :

(١) جا١٧° جتا ١٣° + جتا ١٧° جا ١٣°

(٢) جتا٧٥° جتا ١٥° + جا ٧٥° جا ١٥°

(٣) $\frac{\text{ظا ١٧٥° — ظا٢٥°}}{\text{١+ ظا ١٧٥° ظا ٢٥°}}$

الحل:

(١) جا١٧° جتا ١٣° + جتا ١٧° جا ١٣° = جا (١٧°+ ١٣°) = جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$

(٢) جتا٧٥° جتا ١٥° + جا ٧٥° جا ١٥° = جتا (٧٥ ° — ١٥°) = جتا ٦٠° = $\frac{١}{٢}$

(٣) $\frac{\text{ظا ١٧٥° — ظا٢٥°}}{\text{١+ ظا ١٧٥° ظا ٢٥°}}$ = ظا (١٧٥° – ٢٥°) = ظا (١٥٠°)

= ظا (١٨٠° — ٣٠ °)= (– ظا ٣٠ °) = – $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

تدريب (٣):

بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة :

(١) جا٨٥° جتا ٢٥° ــ جتا ٨٥° جا ٢٥°

(٢) جتا٢٠° جتا ١٠° ــ جا ٢٠° جا ١٠°

(٣) $\frac{\text{ظا ٢٨° + ظا١٧°}}{\text{١ــ ظا ٢٨° ظا ١٧°}}$

مثال (٤): أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية حيث ٠° < س < ٩٠°

ظا س + ظا ٢٠° + ظا س ظا ٢٠° = ١

الحل:

∵ ظا س + ظا ٢٠° + ظا س ظا ٢٠° = ١

∴ ظا س + ظا ٢٠° = ١ – ظا س ظا ٢٠° [بقسمة طرفى المعادلة على(١ – ظا س ظا ٢٠°)]

∴ $\frac{\text{ظا س} + \text{ظا } ٢٠^\circ}{١ - \text{ظا س ظا } ٢٠^\circ} = ١$

∴ ظا (س + ٢٠ °) = ١ اما س + ٢٠° = ٤٥ ° ∴ س = ٢٥ °

أو س + ٢٠° = ٢٢٥ ° ∴ س = ٢٠٥ ° (مرفوض)

∴ مجموعة الحل = { ٢٥ °}

تدريب (٤): أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية حيث ٠° < س < ٩٠ °

جا (س + ٣٠°) = ٢ جتا س

مثال (٥): ٫ب حـ مثلث فيه : ظا ٫ = $\frac{٣}{٤}$ ، ظا ب = $\frac{١}{٧}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد: ق(∠حـ)

الحل:

∵ ٫+ب+حـ = ١٨٠° ∴ حـ = ١٨٠° – (٫+ب)

∴ ظا حـ = ظا [١٨٠° – (٫+ب)] = – ظا (٫+ب) = – $\frac{\text{ظا ٫} + \text{ظا ب}}{١ - \text{ظا ٫ ظا ب}}$

ظا حـ = − ($\frac{٣}{٤}$ + $\frac{١}{٧}$) ÷ (١ − $\frac{٣}{٤}$ × $\frac{١}{٧}$) = − $\frac{٢٥}{٢٨}$ ÷ $\frac{٢٥}{٢٨}$ = −١

∴ ق(∠حـ) = ١٣٥°

تدريب (٥): أ ب حـ مثلث فيه ظا أ = $\frac{٤}{٥}$ ، ظا ب = $\frac{١}{٩}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد: ق(∠حـ)

حل التدريبات

حل تدريب (١): (١) $\frac{\sqrt{٦} + \sqrt{٢}}{٤}$ (٢) $\frac{\sqrt{٦} + \sqrt{٢}}{٤}$

حل تدريب (٢): ظا ٦٠° = $\sqrt{٣}$

حل تدريب (٣): (١) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (٢) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (٣) ظا ٤٥° = ١

حل تدريب (٤): مجموعة الحل = { ٦٠° }

حل تدريب (٥): ق(∠حـ)= ١٣٥°

تمارين على الدرس الثانى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) جا $\frac{\pi}{١٢}$ جتا $\frac{\pi}{٤}$ + جتا $\frac{\pi}{١٢}$ جا $\frac{\pi}{٤}$ = ...

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ٢ جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

(٢) إذا كان : $\frac{ظا أ + ظا ب}{١ - ظا أ ظا ب} = ٣$ فإن : ظا (أ + ب) = ...

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) ٣ جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ د) $\sqrt{٣}$

(٣) جا (θ + $\frac{\pi}{٦}$) = ...

أ) $\frac{١}{٢}$ (جتا θ + $\sqrt{٣}$ جا θ) ب) $\frac{١}{٢}$ (جتا θ + جا θ)

جـ) $\frac{١}{٢}$ ($\sqrt{٣}$ جتا θ + جا θ) د) $\frac{١}{٢}$ ($\sqrt{٣}$ جتا θ + $\sqrt{٢}$ جا θ)

(٤) جا ٤س جا٢س + جتا ٤س جتا٢س = ...

أ) جتا ٦س ب) جتا ٢س جـ) جا ٦س د) جا ٢س

(٥) جا ٧٥° جتا١٥° + جتا ٧٥° جا ١٥° = ...

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ١ جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د) صفر

(٦) $\frac{ظا ٧٠° + ظا ١٠°}{١ - ظا ٧٠° ظا ١٠°}$ = ...

أ) ظا ٨٠° ب) ١ جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ د) $\sqrt{٣}$

(٧) جا(س − ٣٠°) + جتا(س − ٦٠°) = ...

ⓐ جا س ⓑ جا(س + ٣٠°) ⓒ $\sqrt{3}$ جا س ⓓ جتا(س + ٦٠°)

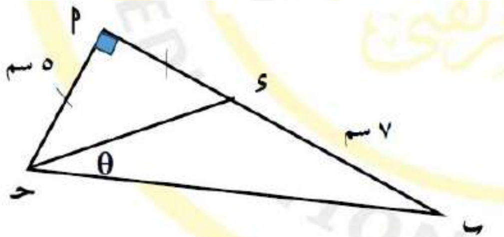
(٨) إذا كان : ظا أ + ظا ب = ٢ − ٢ ظا أ ظا ب فإن : ظا (أ + ب) = ...

ⓐ $\frac{١}{٢}$ ⓑ ١ ⓒ ٢ ⓓ ٤

(٩) إذا كان : ظا أ + ظا ب = ٦ ، ظتا أ + ظتا ب = $\frac{٣}{٢}$ فإن : ظا (أ + ب) = ...

ⓐ $\frac{-١}{٢}$ ⓑ −٢ ⓒ $\frac{-٦}{٥}$ ⓓ ١

(١٠) في الشكل المقابل :



إذا كان : △ أ ب حـ قائم الزاوية في أ

، ب ء = ٧سم ، أ ء = أ حـ = ٥سم

فإن : ظا θ = ...

ⓐ $\frac{٥}{١٣}$ ⓑ $\frac{٥}{١٢}$ ⓒ $\frac{١٢}{٣٥}$ ⓓ $\frac{٧}{١٧}$

إجابات تمارين على الدرس الثانى:

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)
جـ	ب	أ	ب	ب	أ
(٧)	(٨)	(٩)	(١٠)		
جـ	جـ	ب	د		

الصف الثاني الثانوي – القسم العلمى – الفصل الدراسى الثانى
الوحدة الثالثة – التفاضل والتكامل

الدرس الأول: معدل التغير

المفاهيم الاساسية للدرس:

(١) **دالة التغير ت(هـ):** اذاكانت : ص= د(س) ،

تغيرت س من: $س_١$ الى $س_٢$ ، أي من: $س_١$ الى $س_١$+هـ فان :

دالة التغير ت(هـ) = $د(س_٢) - د(س_١)$ = $د(س_١ + هـ) - د(س_١)$

(٢) **دالة متوسط التغير م (هـ):**

$$م(هـ) = \frac{ت(هـ)}{هـ} = \frac{د(س_١+هـ) - د(س_١)}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{د(س_٢) - د(س_١)}{س_٢ - س_١}$$ حيث هـ ≠ ٠

(٣) **معدل التغير في الدالة دعند (س= $س_١$)** = $\lim_{هـ \to ٠}$ م (هـ) = $\frac{د(س_١+هـ) - د(س_١)}{هـ}$

أمثـلة محلـولة

مثـال (١): اذا كانت: د (س) = $س^٢$ – ٣س + ٤ فاوجد دالة التغير فى د عند س =٢

ثم احسب قيمة ت (٠,٤) ثم اوجد مقدار التغير فى د(س) عندما تتغير س من ٢ الى ٣

الحل :

د (س) = $س^٢$ – ٣س + ٤

عند س=٢

ت (هـ) = د (٢ + هـ) - د (٢)

= $(٢+هـ)^٢$ – ٣(٢+هـ) + ٤ – ($٢^٢$-٣×٢+٤)

= ٤ + ٤هـ + $هـ^٢$ – ٦ – ٣هـ + ٤ – ٢ = هـ + $هـ^٢$

ت $(٠,٤) = ٠,٤ + (٠,٤)^٢ = ٠,٥٦$

عندما تتغير س من ٢ الى ٣ فان : هـ = ٣ − ٢ = ١

∴ ت $(١) = ١ + (١)^٢ = ٢$

تدريب (١) اذا كانت: د(س) = $س^٢$ − س + ١ فاوجد دالة التغير ت عندما س = ٣ ثم احسب

(أ) ت(٠,٢) (ب) ت(−٠,٣)

مثال (٢): اذا كانت: د(س) = $س^٢$ + ٣س − ١ فاوجد :

(أ) دالة متوسط التغير عند س = ٢ ثم اوجد م(٠,٢)

(ب) متوسط التغير عندما تتغير س من ٤,٥ الى ٣

الحل :

د(س) = $س^٢$ + ٣س − ١

(أ) دالة متوسط التغير عند س = ٢

$$م(هـ) = \frac{د(٢ + هـ) − د(٢)}{هـ}$$

$$= \frac{(٢ + هـ)^٢ + ٣(٢ + هـ) − ١ − (٤ + ٦ − ١)}{هـ}$$

$$= \frac{٤ + ٤هـ + هـ^٢ + ٦ + ٣هـ − ١ − ٩}{هـ} = \frac{٧هـ + هـ^٢}{هـ} = ٧ + هـ$$

∴ م(٠,٢) = ٧ + ٠,٢ = ٧,٢

(ب) عندما تتغير س من ٤,٥ الى ٣ ∴ هـ = ٣ ـ ٤,٥ = ـ١,٥

م (ـ١,٥) = $\frac{د(٣) - د(٤,٥)}{٣ - ٤,٥}$ = $\frac{١٧ - ٣٢,٧٥}{ـ١,٥}$ = ١٠,٥

تدريب (٢) اذا كانت : د (س) = $س^٢$ + ٢ فاوجد :

(أ) دالة متوسط التغير عند س = ٣ ثم اوجد م (٤, ٠)

(ب) متوسط التغير عندما تتغير س من ٣ الى ٤

مثال (٣) اوجد معدل التغير في د حيث د (س) = ٥$س^٢$ + ٢ عندما س = ٢

الحل : معدل التغير في د = $\lim_{هـ \to ٠} \frac{د(٢ + هـ) - د(٢)}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to ٠} \frac{٥(٢ + هـ)^٢ + ٢ - (٥ \times ٢^٢ + ٢)}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to ٠} \frac{٥(٤ + ٤هـ + هـ^٢) + ٢ - (٥ \times ٢^٢ + ٢)}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to ٠} \frac{٢٠ + ٢٠هـ + ٥هـ^٢ + ٢ - ٢٢}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to ٠} \frac{٢٠هـ + ٥هـ^٢}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to ٠} (٢٠ + ٥هـ)$ = ٢٠ + ٠ = ٢٠

تدريب (٣) اوجد دالة معدل التغير في د حيث د (س) = $\sqrt{س - ٣}$ عندما س = ٧ .

مثال (٤) صفيحة على شكل مربع تنكمش بالتبريد محتفظة بشكلها المربع ، احسب معدل التغير في مساحة سطح الصفيحة بالنسبة الى طول ضلعها عندما يكون طول ضلعها ٨ سم ٠

الحل نفرض ان طول ضلع المربع = س سم

مساحة سطح المربع = مربع طول ضلعه = $س^{٢}$

∴ د (س) = $س^{٢}$

معدل التغير في د = $\lim\limits_{هـ \leftarrow ٠} \frac{د (س + هـ) - د (س)}{هـ}$

= $\lim\limits_{هـ \leftarrow ٠} \frac{د (٨ + هـ) - د (٨)}{هـ}$

= $\lim\limits_{هـ \leftarrow ٠} \frac{(٨ + هـ)^{٢} - ٨^{٢}}{هـ}$

= $\lim\limits_{هـ \leftarrow ٠} \frac{٦٤ + ١٦ هـ + هـ^{٢} - ٦٤}{هـ}$

= $\lim\limits_{هـ \leftarrow ٠} \frac{١٦ هـ + هـ^{٢}}{هـ}$ = $\lim\limits_{هـ \leftarrow ٠} (١٦ + هـ) = ١٦$

تدريب (٤): صفيحة على شكل مربع يتمدد بانتظام محتفظة بشكلها، احسب متوسط التغير في مساحة سطحها بالنسبة لطول ضلعهاعندما يتغيرطول ضلعها من ٣ سم الى ٤, ٣ سم ثم احسب معدل التغير في مساحة سطحها بالنسبة لطول ضلعها عندما يكون طول ضلعها ٥ سم .

حلول تدريبات الدرس الأول

حل تدريب (١):

(أ) ت (٠,٢) = ١,٠٤

(ب) ت (-٠,٣) = -١,٤١

حل تدريب (٢):

(أ) م (هـ) = ٦ + هـ

م (٠,٤) = ٦ + ٠,٤ = ٦,٤

(ب) متوسط التغير عندما تتغير س من ٣ الى ٤

هـ = ٤ ـ ٣ = ١

م (١) = ٦ + ١ = ٧

حل تدريب (٣):

معدل التغير في د = $\frac{١}{٤}$

حل تدريب (٤):

م (٠,٤) = ٦,٤

معدل التغير في مساحة سطح الصفيحة = نهـــا (١٠ + هـ) = ١٠
هـ ← ٠

تمارين على الدرس الأول

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

(١) اذا كان: متوسط التغير في الدالة د = ٢,٤ عندما تتغير س من ٣ الى ٣,٢ فان : التغير في د يساوى ......

(أ) ٠,٣٢ (ب) ٠,٤٨ (جـ) ٣,٦ (د) ٧,٢

(٢) اذا كان: متوسط التغير في الدالة د = ٥ عندما تتغير س من ٢ الى ٤ ؛ د (٢) = ٦ فان: د (٤) تساوى ....

(أ) -٤ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ١٦

(٣) متوسط التغيرفي حجم مكعب بالنسبة لطول حرفه عندما يتغير طول حرفه من ٥ سم الى ٧ سم يساوى ......

(أ) ١٢٥ (ب) ٣٤٣ (جـ) ٢١٨ (د) ١٠٩

(٤) اذا كان: متوسط التغير في الدالة د = ٥,٤ عندما تتغير س من ٣ الى ٤,٢ فان: التغير في د يساوى ....

(أ) ٦,٤٨ (ب) ٤,٥ (جـ) ٥,٤ (د) ١,٢

(٥) متوسط تغير الدالة د حيث د (س) = $س^٢$ عندما تتغير س من ٣ الى ٣,١ يساوى ....

(أ) ٠,٦١ (ب) ٦,١ (جـ) ٩ (د) ٩,٦١

(٦) اذا كانت: د (س) =٥ س – ٢ فان : دالة التغير في د عندما س =٢ تساوى ....

(أ) ٢ هـ (ب) ٣ هـ (جـ) ٥ هـ (د) ٦ هـ

(٧) اذا كانت : د (س) = ٣س + ١ فان : دالة التغير للدالة د عندما تتغير س من ٢ الى ٢,١ تساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٠,٣ (جـ) ٧,٣ (د) ٧

(٨) متوسط تغير الدالة د (س) = $س^٢$ عندما تتغير س من ٢ الى ٣ يساوى ....

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

(٩) معدل تغير الدالة د حيث د (س) = $س^٢$ – ١ عندما س = -٣ تساوى ....

(أ) ٦ (ب) -٦ (جـ) ٤ (د) ٣

(١٠) اذا كانت : د (س) = ٢ س^{٢} + ١ فان : مقدار التغير ت (هـ) في الدالة د عندما س = ١ ،
هـ = ٠,١ يساوى ....

(أ) -٠,٤٢ (ب) – ١,٠٤ (ج) ١,٠٤ (د) ٠,٤٢

(١١) اذا كانت: د(س) = ٢س^{٢} +١ فان: ت (٠,١) عندما س = ١ تساوى ....

(أ) ٠,٤٢ (ب) ٠,٤١ (ج) ١,١ (د) ٣,٤٢

(١٢) متوسط تغير الدالة د حيث د(س) = $\sqrt{س}$ عندما تتغير س من ٩ الى ٩,٦١ يساوى ....

(أ) ٩ (ب) ٠,٦١ (ج) $\frac{١٠}{٦١}$ (د) 6,1

اجابة تمارين الدرس الأول

١	٠,٤٨	٧	٠,٣
٢	١٦	٨	٥
٣	١٠٩	٩	٦ـ
٤	٦,٤٨	١٠	٠,٤٢
٥	٦,١	١١	٠,٤٢
٦	٥هـ	١٢	$\frac{١٠}{٦١}$

الدرس الثانى - الاشتقاق

المفاهيم الأساسية للدرس:

(١) ميل المماس لمنحنى الدالة د حيث ص = د(س) عند النقطة ($س_١$ ، د($س_١$)) يساوى معدل التغير فى د عند س = $س_١$

(٢) الدالة المشتقة : اذا كانت د :] ﻫ ، ب [⟵ ع ، س ∈] ﻫ ، ب [فان الدالة المشتقة

دَ(س) = $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{د(س+هـ) - د(س)}{هـ}$ بشرط ان تكون هذه النهاية موجودة

(٣) رموز الدالة المشتقة: اذا كانت ص = د(س) فيرمز للمشتقة الاولى للدالة باحد الرموز

- **$\frac{ءص}{ءس}$ وتقرأ دال ص دال س أو مشتقة ص بالنسبة لـ س**
- **دَ(س) أو صَ وتقرأ مشتقة د(س) او مشتقة ص**
- **$\frac{ء}{ءس}$ [د(س)] وتقرأ مشتقة الدالة د بالنسبة لـ س**

(٤) ميل المماس للمنحنى: ص = د(س) عند النقطة ($س_١$، د($س_١$)) = ظا ل = دَ($س_١$) (إن وجدت)

حيث ل هو قياس الزاوية التي يصنعها المماس مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

(٥) قابلية الدالة للاشتقاق عند نقطة:

- **يقال ان الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ﻫ (حيث ﻫ تنتمى الى مجال الدالة)**

اذا وفقط اذا كانت دَ(ﻫ) لها وجود حيث دَ(ﻫ) = $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{د(ﻫ+هـ) - د(ﻫ)}{هـ}$

- **اذا وجدت مشتقة الدالة د عند كل نقطة تنتمى الى الفترة] حـ، ء [نقول ان الدالة قابلة للاشتقاق فى هذه الفترة.**

(٦) المشتقة اليمنى والمشتقة اليسرى

اذا كانت الدالة د معرفة عند س =م حيث م تنتمى الى مجال الدالة وكانت قاعدة الدالة على يمين م تختلف عن قاعدتها على يسار م فنبحث عن قابلية الاشتقاق عند س =م بان نوجد المشتقة اليمنى للدالة ويرمز لها بالرمز دَ(م $^+$) والمشتقة اليسرى ويرمز لها بالرمز دَ(م $^-$) حيث

المشتقة اليمنى دَ(م $^+$) = $\lim\limits_{هـ \to ٠^+} \frac{د(م + هـ) - د(م)}{هـ}$

المشتقة اليسرى دَ(م $^-$) = $\lim\limits_{هـ \to ٠^-} \frac{د(م + هـ) - د(م)}{هـ}$

وتكون الدالة قابلة للاشتقاق عند م اذا وفقط اذا كان دَ(م $^+$) = دَ(م $^-$)

ويرمز لمشتقة الدالة دَ(م)

(٧) الاشتقاق والاتصال

- اذا كانت الدالة د حيث ص= د (س) قابلة للاشتقاق عند س=م فانها تكون متصلة عند هذه النقطة .
- اتصال دالة عند نقطة لا يعنى بالضرورة انها قابلة للاشتقاق عند نفس النقطة.

أمثلة محلولة

مثال (١): اوجد باستخدام تعريف المشتقة: ميل المماس لمنحنى الدالة د حيث د (س) = س^٢+ ٣ عند النقطة م (١ ، ٤) ثم اوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المماس مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند النقطة م لاقرب دقيقة .

الحل : عند س =١ ⟵ د(١) = ١+٣ = ٤ ∴ النقطة (١ ، ٤) تقع على منحنى د

ميل المماس عند (س= ١) = معدل التغير في د عند (س = ١)

∴ ميل المماس = $\lim_{هـ \to 0} \frac{د(س + هـ) - د(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(١+هـ)^٢ + ٣ - (١+٣)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{١+٢هـ + هـ^٢ + ٣ - (٤)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٢هـ + هـ^٢}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} (٢ + هـ) = ٢ + ٠ = ٢$

∴ ظا ل = ٢ ⟵ ل = ٦٣° ٢٦َ

تدريب (١):

اوجد باستخدام تعريف المشتقة: ميل المماس لمنحنى الدالة د حيث د(س)= س^٢ ـ ٤ عند النقطة ٩(١،-٣) ثم أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها هذا المماس مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند النقطة ا لاقرب دقيقة .

مثال (٢):

اوجد المشتقة الأولى للدالة د حيث د(س) = س^٢ ـ س + ١ مستخدما تعريف المشتقة،

ثم اوجد ميل المماس عند النقطة (٢،٣)

الحل : د(س) كثيرة حدود مجالها ح

$$د^{\prime}(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(س + هـ) - د(س)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(س + هـ)^{٢} - (س + هـ) + ١ - (س^{٢} - س + ١)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{س^{٢} + ٢س هـ + هـ^{٢} - س - هـ + ١ - س^{٢} + س - ١}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٢س هـ + هـ^{٢} - هـ}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} (٢س + هـ - ١) = ٢س - ١$$

∵ د (٢) = ٤ - ٢ + ١ = ٣ ∴ النقطة (٢ ، ٣) تقع على منحنى الدالة

ميل المماس = $د^{\prime}(٢)$ = ٢ × ٢ – ١ = ٤ - ١ = ٣

تدريب (٢):

اذا كانت: د(س)= ٣س^{٢} + ٤س + ٧ فاوجد: مشتقة الدالة د مستخدما تعريف المشتقة، ثم اوجد ميل المماس لمنحنى د عند النقطة (-١،٦).

مثال (٣):

اثبت ان: د(س) = س^{٢} – س + ١ قابلة للاشتقاق عند س=١

الحل: د(س) كثيرة حدود مجالها ح

د(١) = ١ - ١ + ١ = ١

$$د^{\prime}(١) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(س + هـ) - د(س)}{هـ}$$

$$د'(١) = \underset{هـ \leftarrow ٠}{نهـــا} \frac{د(١+هـ) - د(١)}{هـ}$$

$$= \underset{هـ \leftarrow ٠}{نهـــا} \frac{(١+هـ)^٢ - (١+هـ) + ١ - د(١)}{هـ}$$

$$= \underset{هـ \leftarrow ٠}{نهـــا} \frac{١ + ٢هـ + هـ^٢ - ١ - هـ + ١ - ١}{هـ}$$

$$= \underset{هـ \leftarrow ٠}{نهـــا} \frac{هـ + هـ^٢}{هـ}$$

$$= \underset{هـ \leftarrow ٠}{نهـــا} (١+هـ) = ١ \text{ تنتمى الى } ح$$

∴ النهاية لها وجود ∴ د (س) قابلة للاشتقاق عند س=١

تدريب (٣): ابحث قابلية الدالة د للاشتقاق عند س=٢

$$د(س) = \begin{cases} س^٢ - ٥ & \text{عندما } س > ٢ \\ ٤س + ١ & \text{عندما } س \leq ٢ \end{cases}$$

مثال (٤): ابحث قابلية اشتقاق الدالة د حيث د(س) = | س-٢ | عندما س=٢

الحل: د(س) = | س-٢ |

$$د(س) = \begin{cases} س - ٢ & \text{عندما } س \geq ٢ \\ ٢ - س & \text{عندما } س > ٢ \end{cases}$$

$$د'(٢^+) = \underset{هـ \leftarrow ٠^+}{نهـــا} \frac{د(٢+هـ) - د(٢)}{هـ} = \underset{هـ \leftarrow ٠^+}{نهـــا} \frac{(٢+هـ) - ٢ - (٢-٢)}{هـ}$$

$$د\,َ(^+٢) = \underset{هـ \leftarrow ^+٠}{\text{نهـــا}} \frac{هـ}{هـ}$$

$$= \underset{هـ \leftarrow ^+٠}{\text{نهـــا}}\ ١ = ١$$

$$د\,َ(^-٢) = \underset{هـ \leftarrow ^-٠}{\text{نهـــا}} \frac{د(٢ + هـ) - د(٢)}{هـ}$$

$$= \underset{هـ \leftarrow ^-٠}{\text{نهـــا}} \frac{(٢ - ٢ - هـ) - (٢ - ٢)}{هـ}$$

$$= \underset{هـ \leftarrow ^-٠}{\text{نهـــا}} \frac{-هـ}{هـ}$$

$$= \underset{هـ \leftarrow ^-٠}{\text{نهـــا}} (-١) = -١$$

∵ المشتقة اليمنى لا تساوى المشتقة اليسرى عند س=٢

∴ الدالة غير قابلة للاشتقاق عند س = ٢

تدريب (٤) : ابحث قابلية الاشتقاق للدالة د عند س = ١ حيث

د(س) =
- **س + ٥ عندما س ≤ ١**
- **٣ ـ ٢س عندما س > ١**

مثال (٥): ابحث اتصال و قابلية الاشتقاق للدالة د عند س = ٣ حيث

د(س) =
- **٢س ـ ١ عندما س <٣**
- **٧ ـ س عندما س ≥ ٣**

الحل: **د(٣) = ٧ ـ ٣ = ٤**

$$د(^+٣) = \underset{س \leftarrow ٣}{\text{نهـــا}} (٧ - س) = ٧ - ٣ = ٤$$

د(٣⁻) = نهـــا (٢س – ١) = ٢ × ٣ ـ ١ =٥
س← ٣

∵ د(٣⁺) ≠ د(٣⁻) ∴ الدالة د غير متصلة عند س = ٣

∴ الدالة د غير قابلة للإشتقاق عند س = ٣

تدريب (٥) : ابحث اتصال و قابلية الاشتقاق للدالة د عند س = ٢ حيث

د(س) = { ٣س – ٢ عندما س >٢
٧ – ٢س عندما س ≤ ٢ }

مثال (٦):

اذا كانت الدالة د حيث

د(س) = { ٢ س^٢ +١ عندما س ≤ ٢
٤س ـ ٣ عندما س >٢ }

متصلة عند س =٢ فأوجد قيمة الثابت ٢ ثم ابحث قابلة اشتقاق الدالة د عند س =٢

الحل: د(٢) = ٤ ٢ +١

د(٢⁺) = نهـــا(٢ س^٢ +١) = ٤ ٢ +١
س← ٣

د(٢⁻) = نهـــا(٤س – ٣) = ٤ × ٢ ـ ٣ =٥
س← ٣

∵ الدالة د متصلة عند س = ٢ ∴ د(٢⁺) = د(٢⁻) = د(٢)

∴ ٤ ٢ +١= ٥ ∴ ٤ ٢ = ٤ ⟵ ٢ = ١

بحث قابلية اشتقاق الدالة د عند س = ٢

دَ (٢⁺) = نهـــا $\frac{\text{د (٢+ هـ) – د (٢)}}{\text{هـ}}$ = نهـــا $\frac{\text{(٢+ هـ)}^{٢}\text{ + ١ –(٥)}}{\text{هـ}}$
هـ ← ٠⁺

$$د\,َ\,(٢^+) = \underset{هـ \leftarrow ٠^+}{\text{نهـــــا}} \frac{٤ + ٤هـ + هـ^٢ + ١ - ٥}{هـ}$$

$$= \underset{هـ \leftarrow ٠^+}{\text{نهـــــا}} \frac{٤هـ + هـ^٢}{هـ} = \underset{هـ \leftarrow ٠^+}{\text{نهـــــا}} (٤ + هـ) = ٤ + ٠ = ٤$$

$$د\,َ\,(٢^-) = \underset{هـ \leftarrow ٠^-}{\text{نهـــــا}} \frac{د(٢ + هـ) - د(٢)}{هـ} = \underset{هـ \leftarrow ٠^-}{\text{نهـــــا}} \frac{٤(٢ + هـ) - ٣ - (٥)}{هـ}$$

$$= \underset{هـ \leftarrow ٠^-}{\text{نهـــــا}} \frac{٨ + ٤هـ - ٣ - ٥}{هـ} = \underset{هـ \leftarrow ٠^-}{\text{نهـــــا}} \frac{٤هـ}{هـ}$$

$$= \underset{هـ \leftarrow ٠^-}{\text{نهـــــا}} ٤ = ٤$$

∵ $د\,َ\,(٢^+) = د\,َ\,(٢^-) = ٤$ ∴ الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ٢

تدريب (٦) :

اذا كانت الدالة د حيث

$$د(س) = \begin{cases} س^٢ + ٲ & \text{عندما } س \geq ٢ \\ ٲس + ب & \text{عندما } س < ٢ \end{cases}$$

قابلة للاشتقاق عند س=٢ فان ٲ + ب تساوى ....

(ٲ) ٤ **(ب)** -٤ **(جـ)** -٨ **(د)** ٨

حلول تدريبات الدرس الثانى

حل تدريب (١): ميل المماس = ٢

ظا ل = ٢ ∴ ل = ٦٣° ٢٦َ

حل تدريب (٢): ميل المماس لمنحنى د عند النقطة (-١،٦)= ـ ٢

حل تدريب (٣): د (س) قابلة للاشتقاق عند س=٢

حل تدريب (٤): د (س) غير قابلة للاشتقاق عند س = ١

حل تدريب (٥): الدالة د غير متصلة عند س = ٢

∴ الدالة د غير قابلة للإشتقاق عند س = ٢

حل تدريب (٥): (أ) ٤

تمارين على الدرس الثانى

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) المشتقة الأولى للدالة د : د(س) = $س^٢$ عندما س = ٢ تساوى ....

(أ) س　　(ب) ٢　　(جـ) ٤　　(د) ٤س

(٢) المشتقة الأولى للدالة د : د(س) = ١ – ٢س تساوى ....

(أ) ٢س　　(ب) -٢　　(جـ) -٢س　　(د) ٤س

(٣) الدالة د تكون قابلة للاشتقاق عند س= أ ، أ ∈ مجال الدالة اذا كانت ....

(أ) د(أ) لها وجود فقط　　(ب) دَ(أ) لها وجود فقط

(جـ) دَ(أ) ثابت فقط　　(د) د $(أ^+)$ = د $(أ^-)$ فقط

(٤) اذا كانت: الدالة د قابلة للاشتقاق عند س= أ ، فان :.......... عند س= أ

(أ) د(س) متصلة　　(ب) د(س) غير متصلة　　(جـ) د(س) غير معرفة　　(ى) دَ(س) غير معرفة

(٥)اذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ٢ حيث

د(س) = { س -٨ عندما س > ٢
　　　　{ $٢س^٢$ + أس عندما س ≤ ٢　　فان أ = ...

(أ) -٧　　(ب) صفر　　(جـ)٧　　(د) ٢

(٦)اذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ٢ حيث

د(س) = { ٩س^{٢} + ب س - ٦ عندما س ≤ ٢
{ ٩س + ٢ ب عندما س > ٢ . فان ٣ ٩ + ب = ...

(٩) ٤ (ب) صفر (جـ) -١٨ (د) ١٨

(٧)اذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ١ حيث

د(س) = { ٩س + ٢ عندما س ≤ ١
{ س^{٢}+ ٣ عندما س > ١ . فان ٩ = ...

(٩) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

(٨)اذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ١ حيث

د(س) = { ٥س^{٢} عندما س ≤ ١
{ ٢ ٩س-٥ عندما س > ١ . فان ٩ = ...

(٩) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ١٠

(٩) اذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ٢ حيث

د(س) = { ٩س – ب عندما س ≤٢ ، س^{٢} - ٣ عندما س > ٢ } . فان ٢٩ - ب = ...

(٩) ٢ (ب) ١ (ج) ٣ (د) ٤

(١٠)اذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ١ حيث

د(س) = { س^{٢} عندما س ≤١ ، ٢س-١ عندما س >١ }

فان دَ(١) = ...

(٩) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) غير موجودة

إجابة تمارين على الدرس الثانى

١	(ج) ٤	٦	(ب) صفر
٢	(ب) -٢	٧	(ج) ٢
٣	(ب) دَ(٩) لها وجود	٨	(ب) ٥
٤	(٩) متصلة	٩	(ب) ١
٥	(٩) -٧	١٠	(ب) ٢

الدرس الثالث – قواعد الاشتقاق

المفاهيم الاساسية للدرس:

(١) اذا كانت: ص = حـ حيث حـ ∋ ع فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = صفر

(٢) اذا كانت: ص = سⁿ حيث ن ∋ ع فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ن س^(ن - ١)

(٣) اذا كانت: ص = س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ١

(٤) اذا كانت : ص = أ سⁿ فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = أ ن س^(ن - ١) (حيث ن ∋ ع ، أ ثابت)

(٥) $\frac{ء}{ءس}$ (ع ± و) = $\frac{ءع}{ءس} \pm \frac{ءو}{ءس}$ حيث ع، و دالتين قابلتين للاشتقاق بالنسبة للمتغير س .

(٦) **مشتقة حاصل ضرب دالتين :**

اذا كانت : ع ، و دالتين قابلتين للاشتقاق بالنسبة للمتغير س فان: الدالة (ع . و) تكون

أيضاً قابلة للاستقاق بالنسبة للمتغير س ويكون: $\frac{ء}{ءس}$ (ع . و) = ع × $\frac{ءو}{ءس}$ + و × $\frac{ءع}{ءس}$

(٧) **مشتقة حاصل قسمة دالتين :**

اذا كانت : ع، و دالتين قابلتين للاشتقاق بالنسبة للمتغير س وكان و (س) ≠ ٠ فان :

الدالة ($\frac{ع}{و}$) تكون ايضا قابلة للاشتقاق بالنسبة للمتغير س و يكون :

$$\frac{ء}{ءس}\left(\frac{ع}{و}\right) = \frac{و \times \frac{ءع}{ءس} - ع \times \frac{ءو}{ءس}}{(و)^{٢}}$$

(٨) مشتقة دالة الدالة (قاعدة السلسلة)

إذا كانت : ص=د(ع) قابلة للاشتقاق بالنسبة للمتغير ع وكانت ع=ر(س) قابلة للاشتقاق بالنسبة للمتغير س فان: ص=د(ر(س)) تكون قابلة للاشتقاق بالنسبة للمتغير س ويكون:

$$\frac{ءص}{ءس} = \frac{ءص}{ءع} \times \frac{ءع}{ءس}$$

وتعرف بقاعدة السلسلة .

(٩) مشتقة الدالة $[د(س)]^{ن}$

اذا كانت : ع= $[د(س)]^{ن}$ حيث د قابلة للاشتقاق بالنسبة للمتغير س فان :

$$\frac{ءع}{ءس} = ن[د(س)]^{ن-١} \times دَ(س)$$

أمثلة محلولة

مثال (١): اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ فى كل مما ياتى :

(١) ص= -٧ (٢) ص= $س^{٣}$ (٣) ص= ٢ س

(٤) ص= $\frac{٥}{س}$ (٥) ص = $\sqrt{س^{٣}}$ (٦) ص = $\sqrt{٣}$

الحل : (١) $\frac{ءص}{ءس}$ =٠ (٢) $\frac{ءص}{ءس}$ = ٣ $س^{٢}$ (٣) $\frac{ءص}{ءس}$ =٢

(٤) ص = ٥ $س^{-١}$ ⟸ $\frac{ءص}{ءس}$ = -٥$س^{-٢}$= $\frac{-٥}{س^{٢}}$

(٥) ص = $س^{\frac{٣}{٢}}$ ⟸ $\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{٣}{٢}$$س^{\frac{١}{٢}}$ = $\frac{٣}{٢}$ $\sqrt{س}$ (٦) $\frac{ءص}{ءس}$ =٠

تدريب (١) اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ فى كل مما ياتى :

(١) ص = ٤ (٢) ص = ٣ π س (٣) ص = -٣ س$^{-٤}$

(٤) ص = $\sqrt[٣]{س}$ (٥) ص = $\sqrt{٣}$ س

مثال (٢): اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ اذا كانت: ص = ٥س^{٤} - ٣س^{٢} + ٧س + ٢

الحل : $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢٠س^{٣} - ٦س + ٧

تدريب (٢) اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ اذا كانت: ص = ٣ س^{٤} - ٥س^{٣} + ٢ س^{٢} + ٣

مثال (٣) اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ اذا كانت: ص = (س^{٣} + ١)(س^{٢} + ٢)

ثم اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ عندما س = ١

الحل ص = (س^{٣} + ١)(س^{٢} + ٢)

$\frac{ءص}{ءس}$ = (س^{٣} + ١)(٢س) + (س^{٢} + ٢)(٣س^{٢})

= ٢س^{٤} + ٢س + ٣س^{٤} + ٦س^{٢}

= ٥س^{٤} + ٦س^{٢} + ٢س

عندما س = ١ $\Longleftarrow$ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٥ + ٦ + ٢ = ١٣

تدريب (٣) اوجد $\frac{ءص}{ءس}$ اذا كانت: ص = (٤س^{٣} -١)(٥س^{٢} + ٢) ثم اوجد $\frac{ءص}{ءس}$ عندما س = -١

مثال (٤) اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ اذا كانت: ص = $\frac{٢س^٢ - ١}{س^٢ +٣}$

الحل $\frac{ءص}{ءس} = \frac{(س^٢ + ٣)(٤س) - (٢س^٢ - ١) (٢س)}{(س^٢ +٣)^٢}$

$= \frac{٤س^٣ + ١٢س - ٤س^٣ + ٢س}{(س^٢ +٣)^٢} = \frac{١٤س}{(س^٢ +٣)^٢}$

تدريب (٤): اذا كانت : ص = $\frac{٣س - ٢}{٥س +١}$ **اوجد:** $\frac{ءص}{ءس}$

مثال (٥) : اذا كانت : ص = (س^٢ -٣س + ٢)^٥ اوجد : $\frac{ءص}{ءس}$

الحل $\frac{ءص}{ءس} = ٥ (س^٢ -٣س + ٢)^٤ (٢س - ٣)$

حل اخر : بفرض ع = س^٢ -٣س + ٢ ص = ع^٥

$\frac{ءع}{ءس} = ٢س - ٣$ ، $\frac{ءص}{ءع} = ٥ ع^٤$

$\frac{ءص}{ءس} = \frac{ءص}{ءع} \times \frac{ءع}{ءس} = ٥ ع^٤ \times (٢س - ٣) = ٥ (س^٢ -٣س + ٢)^٤ (٢س - ٣)$

تدريب (٥):

إذا كانت : ص = (٣س^٤ - ٥س)^٧ اوجد : $\frac{ءص}{ءس}$

مثال (٦) : إذا كانت: د(س) = $\frac{١}{٣}$ س^{٣} – ٢س^{٢} +٥س - ٤ اوجد قيم: س التي تجعل دَ(س)==٢

الحل ∵ دَ(س) =٢

∴ س^{٢} – ٤س +٥ = ٢

س^{٢} – ٤س + ٣ = ٠

(س – ١) (س – ٣) = ٠

س = ١ او س =٣

تدريب (٦):

اوجد قيم: س التي تجعل دَ(س)= ٧ إذا كانت: د(س) = س^{٢} -٥س+٢

حلول تدريبات الدرس الثالث

حل تدريب (١): (١) $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \text{صفر}$ (٢) $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = ٣\pi$ (٣) $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = ١٢\text{س}^{-٥}$

(٤) $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{١}{٣}\text{س}^{\frac{-٢}{٣}}$ (٥) $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \sqrt{٣}$

حل تدريب (٢): $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = ١٢\text{س}^{٣} - ١٥\text{س}^{٢} + ٤\text{س}$

حل تدريب (٣): $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = (٤\text{س}^{٣} - ١)(١٠\text{س}) + (٥\text{س}^{٢} + ٢)(١٢\text{س}^{٢})$

$= ٤٠\text{س}^{٤} - ١٠\text{س} + ٦٠\text{س}^{٤} + ٢٤\text{س}^{٢}$

$= ١٠٠\text{س}^{٤} + ٢٤\text{س}^{٢} - ١٠\text{س}$ عندما $\text{س} = -١$

فان: $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = ١٠٠(-١)^{٤} + ٢٤(-١)^{٢} - ١٠(-١) = ١٣٤$

حل تدريب (٤): $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{(٥\text{س} + ١)(٣) - (٣\text{س} - ٢)(٥)}{(٥\text{س} + ١)^{٢}}$

$= \frac{١٥\text{س} + ٣ - ١٥\text{س} + ١٠}{(٥\text{س} + ١)^{٢}} = \frac{١٣}{(٥\text{س} + ١)^{٢}}$

حل تدريب (٥): $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = ٧(٣\text{س}^{٤} - ٥\text{س})^{٦}(١٢\text{س}^{٣} - ٥)$

حل تدريب (٦): $٢\text{س} - ٥ = ٧ \longrightarrow \text{س} = ٦$

تمارين على الدرس الثالث

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاه :

(١) $\frac{ء}{ءس}(٥) =$ ....

أ ٥ ب -٥ ج صفر د غير موجودة

(٢) $\frac{ء}{ءس}(٧\pi) =$ ....

أ ٧ ب π ج -٧ د صفر

(٣) $\frac{ء}{ءس}(س^{٦}) =$ ....

أ ٦ ب ٦$س^{٥}$ ج ٦$س^{٤}$ د -٦

(٤) $\frac{ء}{ءس}(٤س^{٣}) =$ ....

أ ٧$س^{٢}$ ب $س^{٢}$ ج ١٢$س^{٢}$ د -١٢$س^{٣}$

(٥) اذا كانت: ص= $\sqrt{س}$ فان: $\frac{ءص}{ءس} =$ ....

أ ٢ $س^{\frac{-١}{٢}}$ ب $\frac{١}{٢}س^{\frac{-١}{٢}}$ ج $س^{\frac{-١}{٢}}$ د $\frac{٣}{٢}س^{\frac{٣}{٢}}$

(٦) $\frac{ء}{ءس}(\frac{١}{س})^{٥} =$ ....

أ ٥$س^{٤}$ ب ٥$س^{-٤}$ ج -٥$س^{-٦}$ د $(\frac{١}{س})^{٥}$

(٧) $\frac{ء}{ءس}(٣س^{٢} - ٥س - ٢) =$ ....

أ ٦س + ٥ ب ٦س - ٥ ج ٦س د -٥

(٨) ميل المماس للمنحنى ص = س^{٢} + ٢س + ١ عند س=١ يساوى ....

أ ٢س ب ٢س - ٢ ج ٤ د -٤

(٩) قياس الزاوية التى يصنعها المماس للمنحنى ص=٢س^{٥} - ٩س مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند س=١ تساوى ....

أ °٣٠ ب °٤٥ ج °٦٠ د °٩٠

(١٠) اذا كانت: د(س)=س^{٢} + أس + ٤ ، دَ(١)= ٥ فان: أ = ...

أ -٣ ب ٣ ج ٧ د ٢

(١١) اذا كانت: س ص = ٣ فان: $\frac{ء ص}{ء س}$ = ...

أ $\frac{٣}{س^{٢}}$ ب $\frac{-٣}{س^{٢}}$ ج -٣س^{٢} د $\frac{-٣}{س}$

(١٢) اذا كانت: د(س) = (٢س + ١)^{٥} فان: دَ(٠) = ...

أ ٣٢ ب ٥ ج ١٠ د ٢٠

(١٣) اذا كانت :د(س) = (٥ - ٢س)^{٢} فان: دَ(١)= ....

أ ١٢ ب -١٢ ج -٤ د ٤

(١٤) اذا كان : (س+ ص)^{٣} = ٥ فان: $\frac{ء ص}{ء س}$ = ...

أ -١ ب صفر ج ٥ د ٣

(١٥) مشتقة الدالة د(س)=$\sqrt{٣ - س^{٣}}$ عند س = ٠ تساوى............

أ ١ ب صفر ج -١ د -٢

إجابة تمارين على الدرس الثالث

١	(ح) صفر	٩	(ب) ٤٥°
٢	(ء) صفر	١٠	(ب) ٣
٣	(ب) ٦س^{٥}	١١	(ب) $\frac{-٣}{س^{٢}}$
٤	(ح) ١٢س^{٢}	١٢	(ح) ١٠
٥	(ب) $\frac{١}{٢}$س$^{\frac{-١}{٢}}$	١٣	(ب) -١٢
٦	(ح) -٥س$^{-٦}$	١٤	(أ) -١
٧	(ب) ٦س - ٥	١٥	(ب) صفر
٨	(ح) ٤		

الدرس الرابع – مشتقات الدوال المثلثية

المفاهيم الاساسية للدرس:

(١) اذا كانت: ص = جا س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = جتا س

(٢) اذا كانت: ص = جتا س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = - جا س

(٣) اذا كانت: ص = ظا س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = قا^{٢}س

(٤) اذا كانت: ع دالة قابلة للاشتقاق بالنسبة للمتغير س فان :

- اذا كانت: ص = جا ع فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = جتا ع $\frac{ءع}{ءس}$
- اذا كانت: ص = جتا ع فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = - جا ع $\frac{ءع}{ءس}$
- اذا كانت: ص = ظا ع فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = قا^{٢} ع $\frac{ءع}{ءس}$

أمثلة محلولة

مثال (١): أوجد المشتقة الأولى لكل مما يلى:

(١) ص = جا (٣س + ٢) (٢) ص = جتا٥س

(٣) ص = ٢ ظا (٤س – ٣) (٤) ص = (٢ - ٥س)

الحل :

(١) $\frac{ءص}{ءس}$ = ٣ جتا (٣س +٢) (٢) $\frac{ءص}{ءس}$ = – ٥ جا ٥س

(٣) $\frac{ءص}{ءس}$ = ٨ قا^{٢} (٤س -٣) (٤) $\frac{ءص}{ءس}$ = – ٥ جتا (٢ – ٥س)

تدريب (١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) اذا كانت: ص = جا (٢س + ٥) فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) ٢جتا ٢س (ب) -٢ جتا (٢س) (جـ) جتا (٢س+٥) (د) ٢جتا(٢س+٥)

(٢) اذا كانت: ص = ٣س – ٢ جتا ٢س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) ٣ – جا ٢س (ب) ٣ + جا٢س (جـ) ٣ + ٤جا ٢س (د) ٣ – ٢جا ٢س

مثال (٢): أوجد المشتقة الأولى لكل مما يلى:

(١) ص = س^{٣} جاس (٢) ص = س^{٢} – جتا ٣س

الحل : (١) $\frac{ءص}{ءس}$ = ٣س^{٢} جاس + س^{٣} جتا س (٢) $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢س + ٣ جا ٣س

تدريب (٢) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

(١) اذا كانت: ص = ٣ جتا (٢-٥س) فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) ٥جا (٢-٥س) (ب) ١٥ جا (٢-٥س)
(جـ) -٦ جا (٢-٥س) (د) -١٥ جا (٢-٥س)

(٢) اذا كانت: ص = ظا (٥س – π) فان: دَ($\frac{\pi}{٤}$) = ...

(أ) ٥ (ب) ٥ $\sqrt{٢}$ (حـ) ١٠ (ء) ١٠ $\sqrt{٣}$

مثال (٣) اوجد $\frac{ءص}{ءس}$ لكل مما ياتى :

(١) ص= جا٢س + جتا٢س　　　　(٢) ص = قا٢س – ١

(٣) ص = جا (جتا٢ س)　　　　(٤) ص = $\frac{\text{جا س}}{(١+\text{جتاس})}$

الحل: (١) ص =١　　∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = صفر

(٢) ص = قا٢ س – ١　　∴ ص = طا٢س　　∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢ظاس قا٢س

(٣) $\frac{ءص}{ءس}$ = جتا (جتا٢ س) × ٢ جتا س (-جاس) = - ٢ جاس جتاس جتا(جتا٢ س)

(٤) $\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{(١ + \text{جتاس}) \text{ جتا س} - \text{جاس} (-\text{ جاس})}{(١+\text{جتاس})^٢}$ = $\frac{\text{جتاس} + \text{جتا}^٢\text{س} + \text{جا}^٢\text{س}}{(١+\text{جتاس})^٢}$

$\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{\text{جتاس} + ١}{(١+ \text{جتاس})^٢}$ = $\frac{١}{١ + \text{جتاس}}$

تدريب (٣) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

(١) اذا كانت: ص= جا٣س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ عند س = $\frac{\pi}{٣}$ تساوى ....

(أ) ٣　　(ب) -٣　　(جـ) ٠,٥　　(د) $\sqrt{٣}$

(٢) اذا كانت: ص = (ظا $\frac{\pi}{٣}$)　　فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) ٣　　(ب) $\sqrt{٣}$　　(جـ) صفر　　(د) ٠,٥

حلول تدريبات الدرس الرابع

حل تدريب (١): (١) (د) ٢جتا(٢س+٥) (٢) (حـ) ٣ + ٤جا ٢س

حل تدريب (٢): (١) (ب) ١٥ جا (٢-٥س) (٢) (حـ) ١٠

حل تدريب (٣): (١) (ب) -٣ (٢) (حـ) صفر

تمارين على الدرس الرابع

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

(١) اذا كانت: ص = جا٣س فان : $\frac{ءص}{ءس}$ =..................

(أ) جا٣س (ب) – جتا ٣س (جـ) ٣ جتا٣س (د) -٣ جتا٣س

(٢) اذا كانت: ص = ظا (٥ -٤س) فان : $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) قا^{٢} (٥ -٤س) (ب) قا^{٢} (-٤) (جـ) -٤ قا^{٢} (٥ -٤س) (د) ٥قا^{٢} (٥ -٤س)

(٣) اذا كانت: ص= جتا ٤س فان : $\frac{ءص}{ءس}$ =..................

(أ) جا٤س (ب) –جا٤س (جـ) ٤جا٤س (د) – ٤جا٤س

(٤) اذا كان: ص= جا(س^{٢} +٢) فان: $\frac{ءص}{ءس}$ =..................

(أ) جتا(س^{٢} +٢) (ب) جتا٢س (جـ) ٢جتا(س^{٢} +٢) (د) ٢س جتا (س^{٢} +٢)

(٥) اذا كانت: ص= جا س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ =.............

(أ) ص جتاس (ب) ص ظاس (جـ) ص ظتاس (د) ص جاس

(٦) اذا كانت: ص = جتاس فان: ص + صَ = ...

(أ) جاس-جتاس (ب) جتاس-جاس (جـ) ١ (د) صفر

(٧) اذا كانت: ص = ظاس فان: $\frac{ءص}{ءس}$ =.............

(أ) ١- ص (ب) ١+ ص (جـ) ١- ص^{٢} (د) ١+ ص^{٢}

(٨) اذا كانت: جاس جتاص – جاص جتاس = ٠,٥ فان: $\frac{ءص}{ءس}$ =.............

(أ) صفر (ب) ٥جا(س+ص) (جـ) جتا(س+ص) (د) ١

(٩) اذا كانت: ص = س^{٢} جاس فان: $\frac{ءص}{ءس}$ عندما س = $\frac{\pi}{٢}$ تساوى ....

(أ) $\frac{\pi}{٢}$ (ب) $\frac{٣\pi}{٢}$ (جـ) π (د) $-\frac{\pi}{٢}$

(١٠) اذا كانت: ص = ظا $\frac{\pi}{٤}$ فان: $\frac{ءص}{ءس}$ =..........

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٤}$قا^{٢} $\frac{\pi}{٤}$ (د) ٤

إجابة تمارين على الدرس الرابع

١	(جـ) ٣ جتا٣س	٦	(ب) جتاس - جاس
٢	(جـ) -٤ قا^{٢} (٥ -٤س)	٧	(د) ١+ص^{٢}
٣	(د) – ٤جا٤س	٨	(د) ١
٤	(د) ٢س جتا (س^{٢} +٢)	٩	(جـ) π
٥	(جـ) ص ظتاس	١٠	(ب) صفر

الصف الثاني الثانوي – القسم العلمي

الوحدة الأولى – الديناميكا

الدرس الأول:الحركة المنتظمة فى خط مستقيم

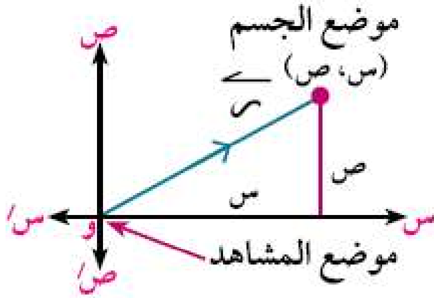
المفاهيم الاساسية للدرس:

انواع الحركة : هناك أنواع عديدة للحركة كالحركة الانتقالية ،والدورانية،والاهتزازية

الحركة الانتقالية التى يتحرك فيها الجسم بين نقطتين الاولى تسمى نقطة البداية والثانية تسمى نقطة النهاية

متجه الموضع $\overleftarrow{ر}$:

هوالمتجه الذي بدايته موضع الراصد ونهايته موضع الجسم المرصود



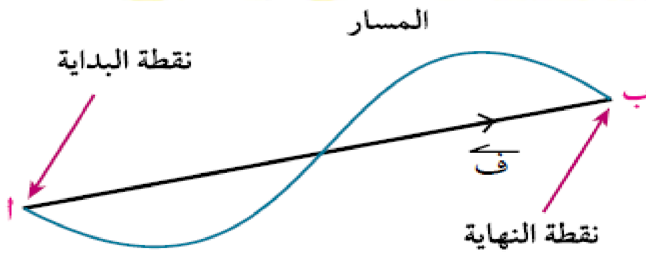
$$\overleftarrow{ر} = س\ \overleftarrow{س} + ص\ \overleftarrow{ص}$$

متجه الازاحة ($\overleftarrow{ف}$):-

هو المتجه الذى تمثله القطعة المستقيمة الموجهة $\overleftarrow{أب}$

التى نقطة بدايتها (أ) ونقطة نهايتها (ب)

←

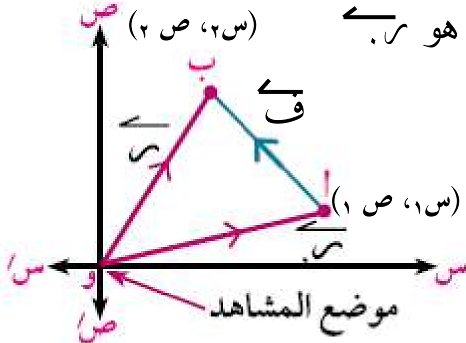


العلاقة بين متجه الموضع ومتجه الازاحة :

إذا كان متجه الازاحة $\overleftarrow{ف} = \overleftarrow{أ\ ب}$ ، ومتجه الموضع عند اى لحظة زمنية هو $\overleftarrow{ر_.}$

ومتجه الموضع بعد زمن معين هو $\overleftarrow{ر}$

باستخدام جمع المتجهات فإن $\overleftarrow{ف} + \overleftarrow{ر_.} = \overleftarrow{ر}$



$$\therefore \overleftarrow{ف} = \overleftarrow{ر} - \overleftarrow{ر_.} \leftarrow \overleftarrow{ف} = (س_٢ - س_١)\ \overleftarrow{س} + (ص_٢ - ص_١)\ \overleftarrow{ص}$$

$$\|\overleftarrow{ف}\| = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

امثلة محلولة

مثال (١): يتحرك جسيم بحيث كان متجة موضعه $\overleftarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ بالعلاقة : $\overleftarrow{ر} = (٣ ن + ١) \overleftarrow{س} + (٤ ن - ٢) \overleftarrow{ص}$
أوجد معيار الازاحة الحادثة حتى اللحظة ن = ٥ ثانية

الحل :

$\overleftarrow{ر}(٠) = \overleftarrow{س} - ٢ \overleftarrow{ص}$

، $\overleftarrow{ر}(٥) = (٣ \times ٥ + ١) \overleftarrow{س} + (٤ \times ٥ - ٢) \overleftarrow{ص} = ١٦ \overleftarrow{س} + ١٨ \overleftarrow{ص}$

$\overleftarrow{ف} = \overleftarrow{ر}(٥) - \overleftarrow{ر}(٠) = ١٥ \overleftarrow{س} + ٢٠ \overleftarrow{ص}$

$\| \overleftarrow{ف} \| = \sqrt{١٥^{٢} + ٢٠^{٢}} = ٢٥$ وحدة طول

تدريب (١): يتحرك جسيم بحيث كان متجة موضعه $\overleftarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ بالعلاقة : $\overleftarrow{ر} = (٤ ن + ٢) \overleftarrow{س} + (٣ ن - ١) \overleftarrow{ص}$
أوجد معيار الازاحة الحادثة حتى اللحظة ن = ٤ ثانية

*** متجه السرعة :** متجه سرعة جسيم هو المتجه الذي معياره يساوي قيمة السرعة وينطبق اتجاهه على على اتجاه الحركة.

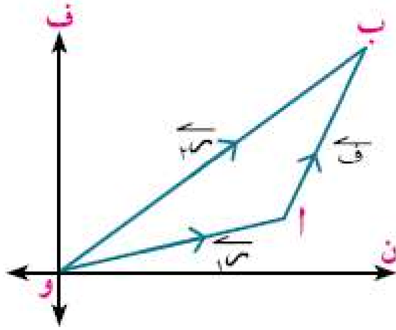
*** وحدات قياس معيار السرعة :** كم / ساعة ، متر/ ث ، سم / ث

١ كم / س = $\frac{٥}{١٨}$ م / ث ، ١ م / ث = $\frac{١٨}{٥}$ كم / س

، ١ كم / س = $\frac{٢٥٠}{٩}$ سم / ث ، ١ سم / ث = $\frac{٩}{٢٥٠}$ كم / س

الحركة المنتظمة: هى الحالة التى يكون فيها كلا من معيار واتجاه متجه السرعة ثابتا
أى ان الجسم يتحرك فى اتجاه ثابت ويقطع فى اتجاه حركته مسافات متساوية خلال فترات زمنية متساوية
الحركة المتغيرة : يتغير فيها متجه سرعة الجسم فى المقدار أو الاتجاه أو كليهما من لحظة إلى أخرى

السرعة المتوسطة : هى المسافة الكلية للرحلة مقسوما على الزمن الكلى للرحلة = $\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}}$



متجه السرعة المتوسطة : إذا تحرك جسم من الموضع أ إلى الموضع ب

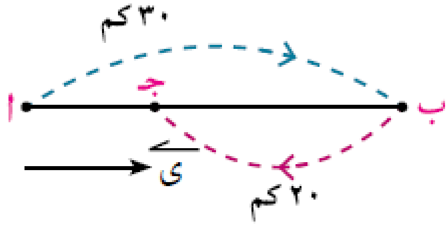
وكان ($\overleftarrow{ف}$) هو متجه الازاحة فى الفترة الزمنية ($ن_2 - ن_1$) فإن

$\overleftarrow{ع}_م$ (متجه السرعة المتوسطة) = $\frac{\overleftarrow{ر}_2 - \overleftarrow{ر}_1}{ن_2 - ن_1} = \frac{\overleftarrow{ف}}{ن_2 - ن_1}$

مثال (٢):

قطع راكب دراجة على طريق مستقيم مسافة ٣٠ كم بسرعة ١٨ كم / س ثم عاد على نفس الطريق فقطع ٢٠ كم فى الاتجاه المضاد بسرعة ١٥ كم / س أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة

الحل



زمن الرحلة الاولى $ن_1$ = $\frac{٣٠}{١٨} = \frac{٥}{٣}$ ساعة

زمن الرحلة الثانية $ن_2$ = $\frac{٢٠}{١٥} = \frac{٤}{٣}$ ساعة

الزمن الكلى للرحلة = $\frac{٥}{٣} + \frac{٤}{٣}$ = ٣ ساعات

الازاحة $\overleftarrow{ف} = ٣٠ \overleftarrow{ى} - ٢٠ \overleftarrow{ى} = ١٠ \overleftarrow{ى}$

$\overleftarrow{ع}_م = \frac{\overleftarrow{ف}}{ن} = \frac{١٠}{٣} \overleftarrow{ى}$

تدريب (٢):

قطعت سيارة مسافة ٨٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ٦٠ كم / س ثم عادت فقطعت مسافة ٦٠ كم بسرعة ٤٥ كم / س فى الاتجاه المضاد اوجد معيار متجه سرعتها المتوسطة خلال الرحلة كلها .

مثال (٣): قام طالب برحلة على دراجة فقطع النصف منها بسرعة ١٢ كم/ساعة ثم استراح لمدة ٥ دقائق ثم قطع النصف الثانى بسرعة ٨ كم / ساعة . فإذا استغرق فى الرحلة كلها ٣ ساعات . أوجد المسافة الكلية .

الحل : نفرض أن المسافة = ٢ ف كم ، زمن قطع النصف الأول $= \frac{ف}{١٢}$ ساعة ،

زمن قطع النصف الثانى $= \frac{ف}{٨}$ ساعة ، زمن الاستراحة $= \frac{١}{١٢}$ ساعة

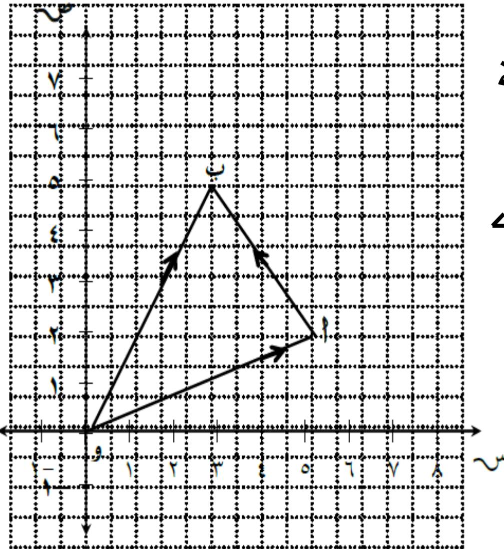
$\therefore \frac{ف}{١٢} + \frac{ف}{٨} + \frac{١}{١٢} = ٣$ $\therefore \frac{٨ ف + ١٢ ف}{١٢ \times ٨} = \frac{٣٥}{١٢}$

$\therefore ف = \frac{٣٥}{١٢} \times \frac{١٢ \times ٨}{٢٠} = ١٤$ كم $\therefore$ المسافة الكلية = ٢٨ كم

تدريب (٣): إذا كانت المسافة من المدينة أ إلى المدينة ب ٤٢ كم ،فإذا سار قطار من المدينة أ إلى المدينة ب على ثلاث مراحل فإذا قطع الـ ١٥ كم الأولى بسرعة ٧٥ كم / ساعة ، الـ ١٥ كم الثانية بسرعة ٦٠ كم / ساعة ، وقطع المسافة المتبقية بسرعة ٨٠ كم / ساعة. فما سرعته المتوسطة فى الرحلة كلها ؟

مثال (٤):

تواجد جسيم عند لحظتين زمنيتين ٣ ، ٥ ثوان عند الموضعين أ(٥ ، ٢) ، ب(٣ ، ٥)على الترتيب . أوجد متجة السرعة المتوسطة للجسيم خلال هذه الفترة الزمنية ثم أوجد معيار و اتجاه هذه السرعة



الحل :

$\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ} = (٣ ، ٥) - (٥ ، ٢) = (-٢ ، ٣) = -٢ \overrightarrow{س} + ٣ \overrightarrow{ص}$

$\overrightarrow{ع}_م = \frac{-٢ \overrightarrow{س} + ٣ \overrightarrow{ص}}{٥ - ٣} = \overrightarrow{س} + \frac{٣}{٢} \overrightarrow{ص}$

$\| \overrightarrow{ع}_م \| = \sqrt{١^٢ + ١{,}٥^٢} = \frac{\sqrt{١٣}}{٢}$ وحدة سرعة

$ظا هـ = \frac{١{,}٥}{-١}$

$هـ = ظا^{-١} \frac{١{,}٥}{-١} = ٢٤'' \; ٤١' \; ١٢٣°$

تدريب (٤):

تواجد جسيم عند لحظتين زمنيتين ٣ ، ٨ ثوان عند الموضعين أ(٧ ، ٣) ، ب(٣ ، ٦) على الترتيب . أوجد متجة السرعة المتوسطة للجسيم خلال هذه الفترة الزمنية ، ثم أوجد معيار و اتجاه هذه السرعة

* السرعة النسبية*

مفهوم السرعة النسبية :

السرعة النسبية لجسيم (أ) بالنسبة لجسيم آخر (ب) هى السرعة التى يبدو أن الجسيم (أ) يتحرك بها لو اعتبرنا الجسيم (ب) فى حالة سكون ويرمز لها بالرمز $\overleftarrow{ع}_{أب}$

متجه السرعة النسبية :

سرعة أ بالنسبة الى ب هي $\overleftarrow{ع}_{أب} = \overleftarrow{ع}_{أ} - \overleftarrow{ع}_{ب}$

سرعة ب بالنسبة أ الى هي $\overleftarrow{ع}_{ب أ} = \overleftarrow{ع}_{ب} - \overleftarrow{ع}_{أ}$

ملحوظة هامة:

$\overleftarrow{ع}_{أب} = - \overleftarrow{ع}_{ب أ}$

مثال (٥):

تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٧٠ كم / س . وعلى نفس الطريق تتحرك دراجة بخارية بسرعة ٤٠ كم / س أوجد السرعة النسبية للدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما تكون

اولا) الدراجة تتحرك فى نفس اتجاه السيارة ثانيا) الدراجة تتحرك عكس اتجاه السيارة

الحل

نفرض أن: $\overleftarrow{ى}$ هو متجه وحدة فى نفس اتجاه السيارة

اولا) الدراجة تتحرك فى نفس اتجاه السيارة

بفرض أن سرعة السيارة هي $\overleftarrow{ع}_{أ} = ٧٠ \overleftarrow{ى}$ ، وسرعة الدراجة $\overleftarrow{ع}_{ب} = ٤٠ \overleftarrow{ى}$

فيكون

$$\overleftarrow{ع}_{ب أ} = \overleftarrow{ع}_{ب} - \overleftarrow{ع}_{أ} = ٤٠ \overleftarrow{ى} - ٧٠ \overleftarrow{ى} = - ٣٠ \overleftarrow{ى}$$

اى ان الدراجة تبدو لراكب السيارة انها تتقهقر بسرعة ٣٠ كم / س

ثانيا) الدراجة تتحرك عكس اتجاه السيارة

بفرض أن سرعة السيارة هي $\overleftarrow{ع}_{أ} = ٧٠ \overleftarrow{ى}$ ، وسرعة الدراجة $\overleftarrow{ع}_{ب} =- ٤٠ \overleftarrow{ى}$

فيكون

$$\overleftarrow{ع}_{ب أ} = \overleftarrow{ع}_{ب} - \overleftarrow{ع}_{أ} =- ٤٠ \overleftarrow{ى} - ٧٠ \overleftarrow{ى} = - ١١٠ \overleftarrow{ى}$$

اى ان الدراجة تبدو لراكب السيارة انها تتحرك فى الاتجاه المخالف بسرعة ١١٠ كم / س

تدريب (٥)

تتحرك دراجة على طريق مستقيم بسرعة ٣٠ كم / س . وعلى نفس الطريق تتحرك سيارة بسرعة ٨٠ كم / س أوجد السرعة النسبية للسيارة بالنسبة للدراجة عندما تكون
اولا) الدراجة تتحرك فى نفس اتجاه السيارة ثانيا) الدراجة تتحرك عكس اتجاه السيارة

إجابة التدريبات:

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
٢٠ وحدة مسافة	٧,٥ كم/س	٧٠ كم/س	ع$_{م}$ = ١ وحدة سرعة ٤٩ ″ ٧ ′ ١٤٣ °	٥٠ $\overleftarrow{ى}$ -١١٠ $\overleftarrow{ى}$

تمارين على الدرس الاول

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

١) ٤٠ م / ث = ... كم / س

أ) ٢٤ ب) ٢,٤ ج) ١٤٤ د) $\frac{١٠٠}{٩}$

٢) ٩٠كم / س .... = م / ث

أ) ٢٥ ب) ٣٢٤ ج) ٥٠ د) ٢,٥

٣) إذا تحركت سيارة بسرعة منتظمة مقدارها ٧٥ كم / س لمدة ٢٠ دقيقة فإن المسافة المقطوعة =........ كم

أ) ١٥٠٠ ب) ٢٥ ج) ١٥٠ د) ٣,٧٥

٤) الزمن الذي تستغرقه سيارة تتحرك بسرعة منتظمة ٢٠ متر / ث فى قطع مسافة ١٨٠ كم = ... ساعة

أ) ٢ ب) ٢,٥ ج) ٣ د) ١,٥

⑤ يتحرك جسيم بحيث كان متجة موضعه $\overleftarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجه الوحدة $\overleftarrow{ى}$ بالعلاقة

$\overleftarrow{ر}$ = (٢ $ن^{٢}$ + ٣) $\overleftarrow{ى}$ فإن معيار متجه الازاحة بعد ٢ ثانية = ...وحدة طول

أ) ٨ ب) ٤ ج) ١١ د) ١٦

⑥ يتحرك راكب دراجة أ على طريق مستقيم بسرعة ١٥ كم / س ويتحرك فى نفس الاتجاه راكب آخر ب

بسرعة ١٢ كم / س فإن القياس الجبري لمتجه سرعة ب بالنسبة إلى أ تساوى ...... كم / س

أ) ٢٧ ب) ٣ ج) -٣ د) -٢٧

⑦ إذا كان: $\overleftarrow{ع}_{ب}$ = ١٥ $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{أ}$ = ٣٥ $\overleftarrow{س}$ فإن : $\overleftarrow{ع}_{أب}$ تساوى .... $\overleftarrow{س}$

أ) -٢٠ ب) ٥٠ ج) -٥٠ د) ٢٠

⑧ إذا كان: $\overleftarrow{ع}_{ب}$ = ٦٥ $\overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع}_{أب}$ = ٥٠ $\overleftarrow{ى}$ فإن: $\overleftarrow{ع}_{أ}$ = ... $\overleftarrow{ى}$

أ) ١٥ ب) -١٥ ج) ١١٥ د) -١١٥

⑨ قطع راكب دراجة ٣٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ١٥ كم / س ثم عاد فقطع ١٠ كم فى الاتجاه المعاكس

بسرعة ١٠ كم / س فإن سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها = ... كم / س

أ) ١ ب) ١٥ ج) $\frac{٢٠}{٣}$ د) $\frac{٤٠}{٣}$

١٠) قامت سيارة شرطة متحركة بسرعة منتظمة على طريق أفقى بقياس السرعة النسبية لشاحنة تتحرك أمامها

وفى نفس الاتجاه فوجدتها ٦٠كم /س ولما زيدت سرعة سيارة الشرطة إلى الضعف، وأعادت القياس فبدت الشاحنة وكأنها ساكنة .فإن السرعة الفعلية للشاحنة = ... كم / س

أ) ١٢٠ ب) ٦٠ ج) ٨٠ د) ٩٠



اجابة التمارين على الدرس الاول

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
(ج)	(أ)	(ب)	(ب)	(أ)	(ج)	(د)	(ج)	(د)	(أ)



الدرس الثانى : الحركة منتظمة التغير فى خط مستقيم

المفاهيم الاساسية للدرس:

الحركة منتظمة التغير هى الحركة التى يحدث فيها تغير مقدار السرعة بانتظام بمرور الزمن ، ويسمى بالتسارع (العجلة) ووحدة قياسه هى م / ث ^{2} أو سم / ث ^{2} أو كم / ث ^{2}

متجه العجلة:

متجه العجلة هو التغير في متجه السرعة في وحدة الزمن ، فإذا كان $\overleftarrow{ع_1}$ ، $\overleftarrow{ع_2}$ هما متجهي سرعة الجسيم عند لحظتين زمنيتين $ن_1$ ، $ن_2$ على الترتيب فإن:

متجه العجلة المتوسطة $\overleftarrow{جـ_م} = \frac{\overleftarrow{ع_2} - \overleftarrow{ع_1}}{ن_2 - ن_1}$

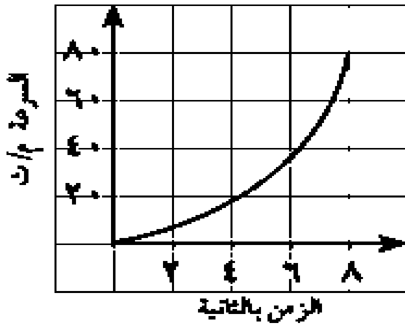
التسارع (جـ) $= \frac{\text{السرعة النهائية – السرعة الابتدائية}}{\text{الزمن}}$

*** <u>منحنى (السرعة – الزمن)</u> :**

يرتبط مفهوم التسارع (العجلة) بتغير السرعة

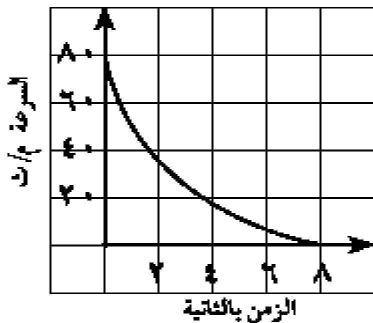
فى <u>الشكل المقابل</u> :

تزداد قيمة السرعة مع الزمن و تكون الحركة متسارعة و يكون التسارع (العجلة) موجباً



فى <u>الشكل المقابل</u> :

تناقص قيمة السرعة مع الزمن و تكون الحركة تقصيرية ويكون التسارع سالباً



وإذا كانت السرعة ثابتة مع الزمن تكون الحركة منتظمة .

تذكر انواع الحركة :

***الحركة المنتظمة :**

هى الحالة التى يكون فيها كل من معيار واتجاه متجة السرعة ثابتاً (أى الجسيم يتحرك فى اتجاه ثابت حيث يقطع مسافات متساوية فى فترات زمنية متساوية) و تكون العجلة = صفر و تكون العلاقة بين ف ، ع : **ف = ع ن**

*** الحركة المتغيرة:**

هى الحركة التى يتغير فيها متجه سرعة الجسيم فى المقدار أو فى الاتجاه أو فى كليهما من لحظة إلى أخرى .فإننا نقول أن هذا الجسيم يتحرك حركة متغيرة .

*** الحركة منتظمة التغير :**

يقال أن الجسم يتحرك حركة منتظمة التغير أو بتسارع (عجلة) منتظم إذا كان متجة العجلة ثابتاً مقداراً واتجاهاً لجميع الأزمنة .

مثلا : إذا تغيرت سرعة سيارة (أ) تتحرك فى خط مستقيم من ٢١ كم / س إلى ٣٦ كم / س خلال ٥ ثوانى ، و تغيرت سرعة سيارة (ب) تتحرك فى نفس الخط المستقيم من ١٢ كم / س الى ٣٠ كم / س خلال نفس المدة . أيهما يتحرك بتسارع أكبر ؟ فسر إجابتك

فإن :

الزيادة فى سرعة السيارةأ = ٣٦ ــ ٢١ = ١٥ كم / س = ٤,٢ م / ث

الزيادة فى سرعة السيارة ب = ٣٠ ــ ١٢ = ١٨ كم / س = ٥ م / ث

العجلة للسيارة أ = $\frac{\text{التغير فى السرعة}}{\text{الزمن}}$ = $\frac{٤,٢}{٥}$ = ٠,٨٤ م / $ث^{٢}$

العجلة للسيارة ب = $\frac{٥}{٥}$ = ١ م / $ث^{٢}$

السيارة ب تتحرك بعجلة أكبر من السيارة أ

الحركة منتظمة التغير في خط مستقيم

إذا تحرك جسم فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ($ع_{.}$) مسافة (ف) بعجلة (جـ) فى زمن (ن)
فإن معادلات الحركة فى خط مستقيم هى :-

$ع = ع_{.} + جـ\ ن$ (العلاقة بين السرعة والزمن)

$ف = ع_{.}\ ن + \frac{١}{٢}\ جـ\ ن^{٢}$ (العلاقة بين المسافة والزمن)

$ع^{٢} = ع_{.}^{٢} + ٢\ جـ\ ف$ (العلاقة بين السرعة والازاحة)

ملاحظات هامة

١) إذا بدأ الجسم حركته من سكون فإن: $ع_. =$ صفر
٢) إذا تحرك الجسم بسرعة منتظمة فإن: جـ = صفر (ف = ع ن)
٣) عندما يقف الجسم تكون ع = ٠
٤) إذا تحرك جسيم بتقصير منتظم فإنه يستمر فى الحركة لفترة زمنية محدودة ثم يتوقف أو بعدها يتحرك حركة متسارعة فى الاتجاه المضاد
٥) يمكن استخدام العلاقة ٢ ف = (ع + $ع_.$) ن فى حالة عدم إعطاء قيمة العجلة
٦) إذا تحرك جسم بأقصى سرعة فإن : جـ = صفر
٧) إذا عاد الجسم لموضعه الأصلي فإن: ف = صفر

مثال (١):

بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٥ سم / ث و بعجلة منتظمة ٥ سم / ث^٢ تعمل فى نفس اتجاه متجه السرعة الابتدائية . أوجد :
(أ) سرعته فى نهاية دقيقة واحدة من بدأ الحركة .
(ب) الزمن الذى يمضى من بدء الحركة حتى تصبح سرعته ٢٧ كم / س

الحل :

نفرض الاتجاه الموجب هو اتجاه حركة الجسيم
$ع_. =$ ١٥ سم / ث ، جـ = ٥ سم / ث^٢ ، ن = ٦٠ ثانية
(أ) ع = $ع_.$ + جـ ن ع = ١٥ + ٥ × ٦٠ = ٣١٥ سم / ث

(ب) $ع_. =$ ١٥ سم / ث ، ع = ٢٧ × $\frac{٢٥٠}{٩}$ = ٧٥٠ سم / ث ، جـ = ٥ سم / ث^٢
ع = $ع_.$ + جـ ن ٧٥٠ = ١٥ + ٥ × ن ن = ١٤٧ ثانية

تدريب (١):

يتحرك جسيم فتغيرت سرعته من ٥٤ كم / س الى ٣ م / ث فى زمن قدره نصف دقيقة.
أوجد مقدار عجلة الحركة.

مثال (٢):

قذفت كرة صغيرة بسرعة ٣٠ م / ث أفقياً فتحركت فى خط مستقيم حركة تقصيرية بعجلة منتظمة $\frac{١}{٢}$ م / ث^٢ عين موضع الكرة ، و سرعتها بعد مرور ٢ ثانية من بدء الحركة

الحل :

$ع_. =$ ٣٠ م / ث ، جـ = ـ $\frac{١}{٢}$ م / ث^٢ ، ن = ٢ ثانية ، ف = ؟ ، ع = ؟
ف = $ع_.$ ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^٢ = ٣٠ × ٢ ـ $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × (٢)^٢ = ٥٩ متر
الكرة تكون على بعد ٥٩ مترا من نقطة بدء الحركة .

ع = ع. + جـ ن = ٣٠ ـ $\frac{١}{٢}$ × ٢ = ٢٩ م / ث
سرعة الكرة بعد ٢ ثانية تساوى ٢٩ م / ث

تدريب (٢) :

سيارة تتحرك بسرعة ٩٠ كم / س ، ضغط السائق على دواسة الفرامل بحيث تناقصت السرعة بمعدل ثابت حتى توقفت بعد مرور ٥ ثوان . احسب :
(أ) عجلة السيارة خلال تناقص السرعة .
(ب) المسافة التى قطعتها السيارة حتى توقفت حركتها تماماً

مثال (٣) :

أطلقت رصاصة أفقيا على كتلة خشبية بسرعة ١٠٠ م / ث فغاصت فيها مسافة ٥٠ سم
أوجد العجلة التى تتحرك بها الرصاصة إذا علم أن العجلة منتظمة و إذا تم إطلاقها على كتلة خشبية أخرى مماثلة للاولى سمكها ١٨ سم . فما هى السرعة التى تخرج بها الرصاصة من الكتلة الخشبية .

الحل :



نفرض اتجاه حركة الرصاصة هو الاتجاه الموجب

الحالة الاولى : ع = ٠ ، ع. = ١٠٠ م / ث ، ف = ٥٠ سم = ٠,٥ م

ع ^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف   ٠ = (١٠٠)^{٢} + ٢ جـ × ٠,٥

جـ = ـ ١٠٠٠٠ م / ث^{٢}

الحالة الثانية : ع. = ١٠٠ م / ث ، جـ = ـ ١٠٠٠٠ م / ث^{٢} ، ف = ٠,١٨ م

ع ^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف   ع^{٢} = (١٠٠)^{٢} ـ ٢ × ١٠٠٠٠ × ٠,١٨

ع^{٢} = ٦٤٠٠   ع = ٨٠ م / ث هى السرعة التى تخرج بها الرصاصة

تدريب (٣) :

نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٤٥ كم / س الي ٢٧ كم / س بعد أن قطعت مسافة ٥٠٠ مترا .
أوجد الزمن الذي قطعت فيه السيارة هذه المسافة ثم أوجد المسافة التى تقطعها السيارة بعد ذلك حتى تسكن

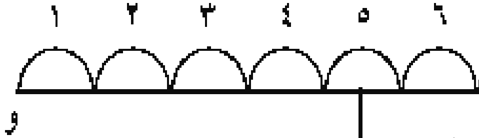
* **السرعة خلال الثانية النونية :**

السرعة المتوسطة لجسيم خلال فترة زمنية = سرعته اللحظية فى منتصف هذه الفترة الزمنية
مثلا : السرعة المتوسطة خلال الثانية الرابعة = ع . + ٣,٥ جـ
السرعة المتوسطة خلال الثانيتين الثامنة و التاسعة = ع . + ٨ جـ
السرعة المتوسطة خلال الثوانى السادسة والسابعة و الثامنة = ع . + ٦,٥ جـ

مثال (٤)

بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٤ سم / ث وعجلة منتظمة ٦ سم / $ث^٢$ فى اتجاه سرعته .
أحسب :
أولا : المسافة التى يكون الجسيم قد قطعها خلال الثانية الخامسة فقط
ثانيًا : المسافة التى يكون الجسيم قد قطعها خلال الثانيتين السابعة والثامنة معًا .

الحل :



نعتبر الاتجاه الموجب هو اتجاه الحركة
$ع_{.}$ = ١٤ سم / ث ، جـ = ٦ سم / $ث^٢$

أولا : لإيجاد المسافة التى يكون الجسيم قد قطعها خلال الثانية الخامسة فقط .
السرعة المتوسطة للثانية الخامسة = السرعة فى منتصف هذه الفترة الزمنية
= السرعة بعد ٤,٥ ثانية من بدء الحركة
$ع_{م}$ = ١٤ + ٦ × ٤,٥ = ١٤ + ٢٧ = ٤١ سم / ث (تذكر $ع_{م}$ = $ع_{.}$ + جـ ن)
المسافة = السرعة المتوسطة × الزمن
ف = ٤١ × ١ = ٤١ سم

ثانيًا : لإيجاد المسافة التى يكون الجسيم قد قطعها خلال الثانيتين السابعة والثامنة معًا . السرعة المتوسطة للثانيتين السابعة والثامنة معًا = السرعة فى منتصف هذه الفترة الزمنية أى تساوى السرعة بعد مضى ٧ ثوانى من بدء الحركة
$ع_{م}$ = $ع_{.}$ + جـ ن
$ع_{م}$ = ١٤ + ٦ × ٧ = ١٤ + ٤٢ = ٥٦ سم / ث
المسافة = السرعة المتوسطة × الزمن
ف = ٥٦× ٢ = ١١٢ سم

تدريب (٤)

بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٣٠ سم / ث و بعجلة منتظمة ٦ سم / $ث^٢$
تعمل فى نفس اتجاه سرعته احسب :

أولا : المسافة المقطوعة بعد ٥ ثوان من بدء الحركة .
ثانيا: المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة فقط .

مثال (٥):

تحرك جسيم بسرعة ابتدائية ما فى اتجاه ثابت و بعجلة منتظمة ، فإذا قطع فى الثانية الثالثة من حركته مسافة ٢٠ مترا ، ثم قطع فى الثانيتين الخامسة و السادسة معاً مسافة ٦٠ مترا . احسب العجلة التى تحرك بها الجسيم و سرعته الابتدائية .

الحل :

نفرض الاتجاه الموجب هو اتجاه السرعة الابتدائية فيكون اتجاه العجلة موجب ايضا

السرعة المتوسطة خلال الثانية الثالثة $= \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{٢٠}{١} = ٢٠$ م / ث

= سرعته بعد ٢,٥ ثانية من بدء الحركة

السرعة المتوسطة خلال الثانيتين الخامسة و السادسة $= \frac{٦٠}{٢} = ٣٠$ م / ث

= سرعته بعد ٥ ثوان من بدء الحركة

العجلة $= \frac{\text{التغير فى السرعة}}{\text{التغير فى الزمن}} = \frac{ع_٢ - ع_١}{ن_٢ - ن_١} = \frac{٣٠ - ٢٠}{٥ - ٢,٥} = ٤$ م / ث^٢

الجسيم يتحرك بعجلة ٤ م / ث^٢

ع = ع. + جـ ن   ٢٠ = ع. + ٤ × ٢,٥   ع . = ١٠ م / ث

الجسيم يتحرك بسرعة ابتدائية ١٠ م / ث

ملحوظة يمكن ايجاد عجلة الحركة والسرعة الابتدائية بحل المعادلتين الاتيتين

٢٠ = ع. + ٢,٥جـ
٣٠ = ع. + ٥ جـ
ع ٠ = ١٠ م / ث & جـ = ٤ م/ث^٢

تدريب (٥) :

يتحرك جسم بعجلة منتظمة فقطع فى الثانية الرابعة والخامسة معًا مسافة ٨٠ سم وقطع فى الثلاث ثوان التالية لها ١٥٠ سم . أوجد عجلة الجسم وسرعته الابتدائية

حلول التدريبات :

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
ـ ٠,٤ م/ث^٢	ـ٥م/ث ٦٢,٥ م	ن= ٥٠ ث ، ف= ٢٨١,٢٥م	٢٢٥ م ٥٧ م	٤سم/ث^٢ ، ٢٤سم/ث

تمارين على الدرس الثانى

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه

١) ٣٦ كم / س / ث = ... م / $ث^٢$

أ) ٥ ب) ١٠ ج) ١٨ د) ٢٠

٢) ٦٤٨٠٠ كم / $س^٢$ = ... م / $ث^٢$

أ) ٥ ب) ١٨٠٠٠ ج) ٩٠٠٠ د) ٥٠٠

٣) انطلقت سيارة من السكون بتسارع مقداره ٤ م / $ث^٢$ عندما تصبح سرعتها ٢٤ م/ث .

فإن المسافة المقطوعة = ... م

أ) ٣ ب) ٢٧ ج) ٣٦ د) ٧٢

٤) يتحرك جسيم من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فقطع ٢٤ مترًا فى الثوانى الأربع الأولى من حركته ، فإن مقدار عجلته = ... م / $ث^٢$

أ) ٨ ب) ٦ ج) ٣ د) ٥

٥) يتحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فزادت سرعته من ١٥ م /ث إلى ٢٥ م / ث بعد أن قطع مسافة ١٢٥ مترا فإن الزمن اللازم لذلك = ... ث

أ) ١٥ ب) ١٠ ج) ٦ د) ٦,٢٥

٦) السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك بسرعة ابتدائية ع. وعجلة منتظمة جـ خلال الثانيتين السادسة والسابعة = ...

أ) ع.+٦جـ ب) ع.+٧جـ ج) ع.+٦,٥جـ د) ع.+٥,٥جـ

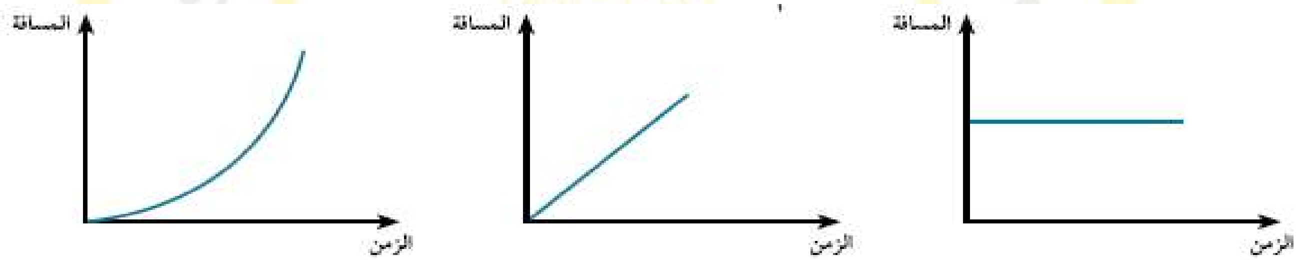
٧) يتحرك راكب دراجة بعجلة منتظمة حتى صارت سرعته ٧ م/ث خلال ٥ ,٤ ثانية فإذا كانت إزاحة الدراجة خلال فترة التسارع = ٢٧ مترا . فان السرعة الابتدائية للدراجة = ... م / ث

أ) ٦ ب) ٥ ج) ٤ د) ١٠

٨) يتحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة على مستوى أفقى أملس فقطع ٢٦ مترا خلال الثانية الرابعة من بدء الحركة ، قطع ٥٦ مترا خلال الثانية التاسعة ، فإن مقدار عجلته = ... م/ث^{٢}

أ) ٥ ب) ٧ ج) ٦ د) ٩

٩) أى من الاشكال الاتية تمثل حركة جسم بسرعة منتظمه ؟



شكل (١) شكل (٢) شكل (٣)

أ) شكل (١) ب) شكل (٢) ج) شكل (٣) د) ليس مما سبق

١٠) بدأ جسم حركته فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ١٥ سم/ث وعجلة منتظمة ٤ سم / ث^{٢} ، فى نفس اتجاه حركته . فإن المسافة المقطوعة فى الثانية السادسة فقط = ... سم

أ) ٣٩ ب) ٣٦ ج) ٣٥ د) ٣٧

اجابة التمارين على الدرس الثانى

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ب	أ	د	ج	د	أ	ب	ج	ب	د

الدرس الثالث : السقوط الحر

المفاهيم الاساسية للدرس:

الأجسام المتحركة رأسيًا حركة حرة تكون حركتها بعجلة منتظمة معيارها (ء) حيث ء = ٩,٨ متر / ث^{٢} أ، ء = ٩٨٠ سم / ث^{٢} ،(ء) ترمز الي معيارعجلة الجاذبية الأرضية وبالتالى فهى تخضع لنفس قوانين الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة وبالتالى :

أولا : إذا كان الجسيم ساقطاً أو مقذوفاً إلى أسفل :

$$ع = ع_{.} + ء ن$$

$$ف = ع_{.} ن + \frac{١}{٢} ء ن^{٢}$$

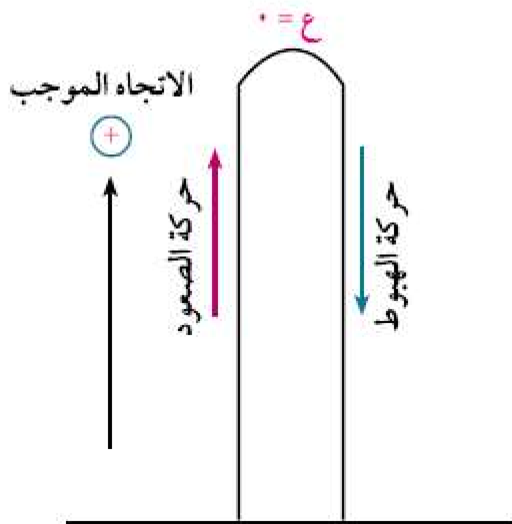
$$ع^{٢} = ع_{.}^{٢} + ٢ ء ف$$

ثانيا : إذا كان الجسيم مقذوفا إلى أعلى :

$$ع = ع_{.} - ء ن$$

$$ف = ع_{.} ن - \frac{١}{٢} ء ن^{٢}$$

$$ع^{٢} = ع_{.}^{٢} - ٢ ء ف$$



إيجاد زمن و مسافة أقصى ارتفاع لجسيم مقذوف راسيا إلى أعلى :

زمن الوصول لاقصى ارتفاع :

$ع = ع_{.} - ء ن$ عند أقصى ارتفاع ع = صفر

$ع_{.} = ء ن \leftarrow ن = \frac{ع_{.}}{ء} = \frac{\text{مقدار سرعة القذف}}{\text{مقدار عجلة الجاذبية}}$

مسافة أقصى ارتفاع : $٠ = ع_{.}^{٢} - ٢ جـ ف$

$$ف = \frac{ع_{.}^{٢}}{٢ء} = \frac{\text{مربع مقدار سرعة القذف}}{\text{ضعف مقدار عجلة الجاذبية}}$$

ملاحظات :

إذا قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى فإن :

(١) زمن الصعود = زمن الهبوط

(٢) مقدار السرعة التى يعود بها الجسيم إلى نقطة القذف = مقدار سرعة القذف بإشارتين مختلفتين

[مقدار سرعة الجسيم عند أى نقطة وهو صاعد تكون مساوية لمقدار سرعته عند مروره بنفس النقطة وهو هابط مع اختلاف اتجاهى السرعتين]

(٣) فى حالة الاجسام المقذوفة راسيا لاعلى ليس من الضرورى تكون الازاحة فى فترة زمنية ما مساوية للمسافة التى قطعها الجسم خلال الفترة .

(٤) سرعة الجسيم وهو صاعد تكون موجبة (أي ع > ٠) وهو هابط تكون سالبة (أي ع < ٠)

مثال (١):

سقط حجر صغير من قمة منزل وبعد ثانية واحدة وصل لسطح الارض احسب سرعة الحجر لحظة وصوله الى سطح الارض ، ثم احسب السرعة المتوسطة خلال تلك الفترة .ما هو ارتفاع المنزل ؟

الحل :

سرعة الحجر لحظة ارتطامه بالارض : ع. = ٠ ، ء = ٩,٨ م / ث^{٢} ، ن = ١ ثانية

ع = ع. + ء ن   ع = ٠ + ٩,٨ × ١ = ٩,٨ م / ث

السرعة المتوسطة خلال الثانية = سرعة الحجر بعد نصف ثانية

= ٩,٨ × ٠,٥ = ٤,٩ م / ث

(ب) ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ء ن^{٢} = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × (١)^{٢} = ٤,٩ مترا

تدريب (١):

قذف حجر صغير فى بئر بسرعة ٥م/ث فوصل الى قاعه بعد ٢ ثانية أوجد عمق البئر وسرعة الحجر عند اصطدامه بالقاع

مثال (٢): قذف جسيم رأسيا لاعلى بسرعة ١٩,٦ م/ث أوجد زمن وصوله الى أقصى أرتفاع والمسافة التى وصل اليها

الحل :

ع. = ١٩,٦ ، ع = ٠ ، ء = ٩,٨

ع = ع. ـ ء ن   ٠ = ١٩,٦ ـ ٩,٨ ن

٩,٨ ن = ١٩,٦   ن = ٢ ثانية

زمن الوصول الى أقصى ارتفاع = ٢ ثانية

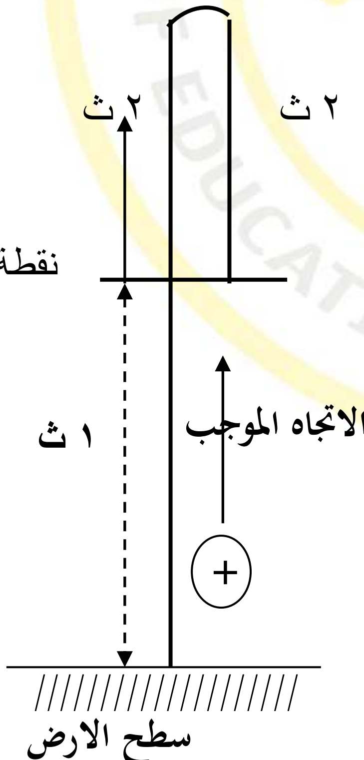
لايجاد المسافة التى وصل اليها:

$$ف = ع.\, ن - \frac{١}{٢} ء ن^{٢} = ١٩,٦ \times ٢ - \frac{١}{٢} \times ٩,٨ \times ٤ = ١٩,٦ \text{ مترا}$$

تدريب (٢): قذف جسيم رأسيا لاعلى بسرعة ٤٩ م/ث فبعد كم ثانية يعود الى نقطة القذف

مثال (٣):

قذفت كرة صغيرة رأسيًا إلى أعلى من نافذة أحد المنازل ، وشوهدت الكرة وهى هابطة أمام النافذة بعد ٤ ثوانى من قذفها ثم وصلت إلى سطح الأرض بعد ٥ ثوانى من لحظة القذف . أوجد ارتفاع النافذة عن سطح الأرض .



الحل :

زمن الصعود = زمن الهبوط ← زمن الصعود = $\frac{٤}{٢}$ = ٢ ث

فى حالة الصعود : ع = ع. - ء ن

فى حالة أقصى ارتفاع صفر = ع. ـ ٩,٨ × ٢

الكرة وصلت إلى سطح الأرض بعد ٥ ثوانى من لحظة القذف

الكرة تأخذ ١ ث من أمام النافذة حتى سطح الأرض أثناء الهبوط .

$$ف = ع.\, ن + \frac{١}{٢} ء ن^{٢}$$

$$ف = ١٩,٦ \times ١ + \frac{١}{٢} \times ٩,٨ \, (١)^{٢}$$

ف = ١٩,٦ + ٤,٩ = ٢٤,٥ متر (ارتفاع النافذة)

تدريب (٣):

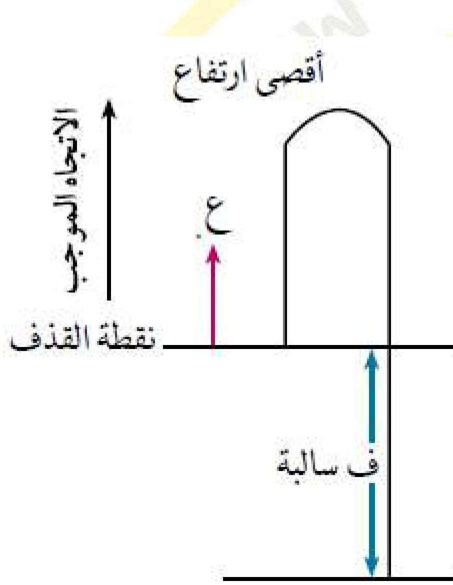
قذف حجر صغير بسرعة ١٩,٦ متر / ث رأسيًا إلى أعلى من قمة برج ارتفاعه ١٥٦,٨ متر عن سطح الأرض . متى يصل الحجر إلى سطح الأرض ؟ وما هى سرعته عندئذ ؟

مثال (٤):

قذف جسيم رأسيا إلى أعلى بسرعة ٢٤ متر / ث من نقطة أ على سطح الأرض .

أوجد الزمن الذى يأخذه حتى يصل إلى نقطة تبعد ٣٢,٤ متراً أسفل نقطة القذف.وما هى سرعته عندئذ ؟

الحل :



نتخذ الاتجاه الرأسي الى أعلى اتجاه موجباً

ع. = + ٢٤متر/ث ، ف = ــ ٣٢,٤ متر

ف = ع. ن ــ $\frac{١}{٢}$ ء ن^{٢}

ــ ٣٢,٤ = ٢٤ ن ــ $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ ن^{٢}

٤,٩ ن^{٢} ــ ٢٤ ن ــ ٣٢,٤ = ٠

٤٩ ن^{٢} ــ ٢٤٠ ن ــ ٣٢٤ = ٠

(ن ــ ٦)(٤٩ ن + ٥٤) = ٠

ن = ٦ أ، ن = ــ $\frac{٥٤}{٤٩}$ (مرفوض)

الزمن المطلوب = ٦ ثوان

ع = ع. ــ ء ن = ٢٤ ــ ٩,٨ × ٦ = ٣٤,٨م/ث

تدريب (٤):

قذف جسيم رأسيا إلى أعلى بسرعة ١٤,٧ متر/ ث من نقطة عند سطح الأرض
احسب ارتفاعه عن سطح الأرض عندما تصل سرعته ٤,٩ م/ث

مثال (٥):

**سقط حجر من السكون من ارتفاع ٤, ٦متر فوق كومة من الرمل فغاص فيها مسافة ٣٢ سم.
أوجد العجلة التى تحرك بها الجسم داخل الرمل، الوقت الذى يستغرقه حتى يسكن داخل الرمل من لحظه سقوطه**

الحل : ع. = ٠ ، ف = ٤, ٦ متر ، ء= ٩,٨ م / ث^{٢}

ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ ء ف ع^{٢} = ٠ + ٢ × ٩,٨× ٤, ٦ = ١٢٥,٤٤

ع = ١١, ٢م / ث

ع = ع. + ء ن ← ١١, ٢ = ٩,٨ ن ← ن = $\frac{٨}{٧}$ ثانية

بعد الغوص فى الرمل : ع. = ١١, ٢ م / ث ، ع = ٠ ، ف = ٠,٣٢ م

ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ ج ف ← صفر = (١١, ٢)^{٢} + ٢ جـ × ٠,٣٢

جـ = ـ $\frac{(١١, ٢)^{٢}}{٢ \times ٠,٣٢}$ = ـ ١٩٦ م / ث^{٢}

ع = ع. + جـ ن ← ١١, ٢ = ١٩٦ ن ← ن = $\frac{٢}{٣٥}$ ثانية

الزمن الكلى = $\frac{٨}{٧}$ + $\frac{٢}{٣٥}$ = ١,٢ ثانية

تدريب (٥):

سقط حجر من السكون من ارتفاع ١٠ متر فوق كومة من الرمل فغاص فيها مسافة ١٩٦ سم أوجد العجلة التى تحرك بها الجسم داخل الرمل.

حلول التدريبات

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
٢٩,٦ م ٢٤,٦ م/ث	١٠ ثانية	٨ ثانية ٥٨,٨ م/ث	٨ ,٩ متر	ـ ٥٠ م/ث^{٢}

تمارين على الدرس الثالث

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه

١) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى بسرعة مقدارها ٢٤,٥ م/ث فإنه يعود الى نقطة القذف بعد .... ث

أ) ٥ ب) ٢,٥ ج) ١٠ د) ٧,٥

٢) إذا سقط جسم من ارتفاع ١٠ متر فوق سطح الارض ، فإن سرعته لحظة إصطدامه بالأرض = ... م/ث

أ) ٧ ب) ٢٨ ج) ١٤ د) ١٩٦

٣) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى من نقطة على سطح الارض وعاد لنقطه القذف بعد ٨ ثانية ، فإن زمن السقوط = ... ثانية

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

٤) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى من نقطة على سطح الارض بسرعة مقدارها ٢١ م/ث فإن اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم = ... متر

أ) ٥٠ ب) ٤٥ ج) ٩٠ د) ٢٢,٥

٥) سقط حجر من السكون من ارتفاع ١٩,٦ متر فوق كومة من الرمل فغاص فيها مسافة ١٤ سم فإن العجلة التى تحرك بها الجسم داخل الرمل = ... م/ث^{٢}

أ) - ١٣٧٢ ب) - ٩,٨ ج) ١٩,٦ د) ١٣٧٢

٦) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى فأنه يصل لأقصى ارتفاع عند .... = صفر

أ) ج ب) ع. ج) ع د) ف

٧) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى وعاد مرة ثانية لنقطة القذف فإن .... = صفر

أ) ج ب) ع. ج) ع د) ف

٨) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى بسرعة مقدارها ١٩,٦ م/ث من ارتفاع ٤, ٢٣٠ م من سطح الارض ،

فإن اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم = ... متر

أ) ١٢٥ ب) ١٩,٦ ج) ٢٥٠ د) ١٠٠

٩) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى بسرعة مقدارها ١٤ م/ث ، من نقطة على ارتفاع ٣٥٠ مترا من سطح الارض ،

فإن المسافة الكليه التى يقطعها الجسم حتى يصل الى سطح الارض = ... مترا

أ) ١٠ ب) ٣٥٠ ج) ٢٠ د) ٣٧٠

١٠) إذا سقط جسم من ارتفاع ٤٠مترا عن سطح الارض وفى نفس اللحظه قذف جسم اخر من على سطح الارض رأسيا لأعلى بسرعة مقدارها ٢٠م/ث ، إذا التقى الجسمان بعد زمن ن ثانية فإن ن = ... ثانية

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

اجابة التمارين على الدرس الثالث

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
أ	ج	ب	د	أ	ج	د	ج	د	ب

حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (3)

اختبار شهر مارس







تمارين علي مفهوم وخواص المتتابعات

❶ أكتب الخمسة حدود الأولي من المتتابعة التي حدها النوني يعطي بالعلاقة : $ح_ن = ٢ن^٢ - ١$

- الحل ________________________________

❷ أكتب الحد العام لمتتابعة الأعداد الزوجية التالية : (٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ....)

- الحل ________________________________

❸ أكتب الحدود الستة الأولي من المتتابعة $(ح_ن)$ حيث $ح_{ن+٢} = ح_{ن+١} + ح_ن$

حيث $ن \geqslant ١$ ، $ح_١ = ٣$ ، $ح_٢ = ٤$

- الحل ________________________________



❹ أثبت أن المتتابعة ($ح_ن$) التي حدها النوني يعطي بالعلاقة : $ح_ن = ٣ن + ٢$ متتابعة تزايدية لجميع قيم ن

- الحل

❺ أوجد الحد الثامن من المتتابعة التي حدها النوني يعطي بالعلاقة : $ح_ن = ن - ن^٢$

- الحل



تمارين علي تطبيقات زوايا الارتفاع والانخفاض .

❻ من قمة برج ارتفاعه ٦٥ متراً قيست زاويتي انخفاض النقطتين ا ، ب علي المستوي الأفقي فكانتا ٣٢ ْ ، ١٢ َ ٢١ ْ علي الترتيب ، فإذا كانت ء تمثل قاعدة البرج ، ا ∈ ءب أوجد طول اب لأقرب متر .

الحل ________________________________

❼ منزل ارتفاعه ١٢ مترا مقام فوق تل ومن نقطة علي الأرض قيست زاويتي ارتفاع قمة وقاعدة المنزل فوجد قياساهما ٣٢ ْ ، ٢٤ ْ علي الترتيب أوجد ارتفاع التل لأقرب متر .

الحل ________________________________



تمارين علي التغير ومتوسط التغير ومعدل التغير

❽ إذا كانت د دالة : د(س) = ٤س^{٢} + س − ٢ وتغيرت س من ٢ إلي ٢ + هـ فأوجد دالة التغير

ثم أحسب مقدار التغير في د عندما هـ = ٠,٣

الحل- ______________________________ ______________________________

______________________________ ______________________________

______________________________ ______________________________

______________________________ ______________________________

❾ إذا كانت د دالة : د(س) = س^{٢} − ٥ أوجد دالة متوسط التغير عندما س = ٢ ثم أحسب م (٠,٢)

الحل ______________________________ ______________________________

______________________________ ______________________________

______________________________ ______________________________

______________________________ ______________________________

❿ إذا كانت د دالة : د(س) = س^{٣} أوجد دالة معدل التغير في د عندما س = س$_{١}$ ثم أوجد قيمة هذا المعدل

عندما س = ٢

الحل- ______________________________ ______________________________

______________________________ ______________________________

______________________________ ______________________________

______________________________ ______________________________

تمارين علي مفهوم وخواص المتتابعات

❶ أكتب الخمسة حدود الأولي من المتتابعة التي حدها النوني يعطي بالعلاقة : ح$_{ن}$ = ن^{٢} − ٢

الحل

❷ أكتب الحد العام لمتتابعة الأعداد الفردية التالية : (١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ....)

الحل

❸ أكتب الحدود الستة الأولي من المتتابعة (ح$_{ن}$) : ح$_{ن + ٢}$ = ح$_{ن + ١}$ + ح$_{ن}$

حيث ن ≥ ١ ، ح$_{١}$ = ٢ ، ح$_{٢}$ = ٣

الحل



❹ أثبت أن المتتابعة ($ح_ن$) التي حدها النوني يعطي بالعلاقة : $ح_ن = \frac{١}{٣ن - ١}$ متتابعة تناقصية لجميع قيم $ن$

الحل ________________ ________________

________________ ________________

________________ ________________

________________ ________________

❺ أوجد الحد السابع من المتتابعة التي حدها العام يعطي بالعلاقة : $ح_ن = ٢ن^٢ + ٣$

الحل ________________ ________________

________________ ________________

________________ ________________

________________ ________________



تمارين علي تطبيقات زوايا الارتفاع والانخفاض .

❻ من نقطة علي سطح الأرض رصدت زاوية ارتفاع قمة برج فوجد أن قياسها ٢٥ْ ثم سار الراصد مسافة ٥٧ مترا في خط مستقيم أفقي نحو قاعدة البرج فوجد إن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج ٣٠ ´ ٥٢ْ .
أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر .

الحل ________________________________

❼ رصد شخص زاوية ارتفاع قمة برج من نقطة علي سطح الأرض فوجد أن قياسها ٢٠ْ ثم سار علي طريق أفقي نحو قاعدة البرج مسافة ٥٠ مترا ورصد زاوية ارتفاع قمة البرج مرة أخري فوجد أن قياسها ٤٢ْ .
أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر .

الحل ________________________________



تمارين علي التغير ومتوسط التغير ومعدل التغير

❽ إذا كانت د دالة : د(س) = ٣س^{٢} + س – ٢ وتغيرت س من ٢ إلي ٢ + هـ
فأوجد دالة التغير ثم أحسب مقدار التغير في د عندما هـ = ٠,٣

الحل

❾ إذا كانت د دالة : د(س) = س^{٢} + ١ أوجد دالة متوسط التغير عندما س = ٢ ثم أحسب م (٠,٣)

الحل

❿ إذا كانت د دالة : د(س) = س^{٣} أوجد دالة معدل التغير في د عندما س = س$_{١}$
ثم أوجد قيمة هذا المعدل عندما س = ٤

الحل



تمارين علي المتسلسلات ورمز التجميع

❶ أكتب مفكوك المتسلسلة التالية $\sum_{ر=1}^{5} (3ر^2 - 1)$ ثم أوجد مجموع المفكوك

✍ **الحل**

❷ أكتب المتسلسلة الآتية باستخدام رمز التجميع ١ + ٤ + ٩ + ١٦ + ٢٥ + ... + ١٠٠

✍ **الحل**

❸ أوجد باستخدام خواص رمز التجميع $\sum$ قيمة $\sum_{ر=1}^{6} (ر^2 - 2ر + 3)$

✍ **الحل**

❹ أوجد باستخدام خواص رمز التجميع $\sum$ قيمة $\sum_{ر=3}^{7} (3ر - 5)$

✍ **الحل**

تمارين علي زوايا الارتفاع والانخفاض

❺ من قمة صخرة ارتفاعها ٦٠ مترا عن سطح الأرض قيست زاويتا انخفاض قمة وقاعدة برج فوجد قياساهما ١٥ ° ، ٣٥° علي الترتيب علما بان قاعدتي الصخرة البرج في مستوي أفقي واحد أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر .

✍ الحل

❻ من شرفه مبني ترتفع ٨ أمتار عن سطح الأرض كان قياس زاوية ارتفاع قمة شجرة ١٦ ° وقياس زاوية انخفاض قاعدة الشجرة ٢٥ ° أوجد ارتفاع الشجرة وبعدها عن المبني لأقرب متر . علماً بأن قاعدتي المبني والشجرة واقعتان في مستوي أفقي واحد

✍ الحل

❼ تحركت سفينة من نقطة معينة في اتجاه ١٥ ° جنوب الشرق بسرعة ٢٠ كيلومتر/ ساعة ، وفي نفس اللحظة تحركت سفينة أخري من نفس النقطة في اتجاه ٦٥ ° شمال الشرق بسرعة ١٢ كيلومتر/ساعة أوجد المسافة بين السفينتين بعد ساعتين من لحظة تحركهما معا لأقرب كم .

✍ الحل

تمارين علي معدل التغير .

❽ أوجد متوسط التغير في حجم مكعب عندما يتغير طول حرفه من ٦ سم إلي ٨ سم .

الحل

❾ سقطت بليه في حوض مياه فتكونت موجة دائرية تزداد بانتظام بحيث تظل محتفظة بشكلها الدائري أوجد متوسط التغير في مساحة الموجة عندما يتغير طول نصف قطرها من ٨ سم إلي ٨,٣ سم

الحل

❿ يتمدد بالون كروي محتفظاً بشكله بسبب ضغط الغاز داخله أوجد معدل التغير في مساحته السطحية بالنسبة إلي طول نصف قطرها عندما يكون طول نصف قطرة ٢١سم .

الحل

تمارين علي المتسلسلات ورمز التجميع

❶ أكتب مفكوك المتسلسلة التالية $\sum_{ر=1}^{4} (5ر^2 + 3)$ ثم أوجد مجموع المفكوك

الحل

❷ أكتب المتسلسلة الآتية باستخدام رمز التجميع 9 + 16 + 25 + ... + 100

الحل

❸ أوجد باستخدام خواص رمز التجميع $\sum$ قيمة $\sum_{ر=1}^{5} (ر^2 - 4ر + 1)$

الحل

❹ أوجد باستخدام خواص رمز التجميع $\sum$ قيمة $\sum_{ر=4}^{9} (6ر + 10)$

الحل

تمارين علي زوايا الارتفاع والانخفاض

❺ من شرفه منزل ارتفاعه ٣٠ متر عن سطح الأرض كان قياس زاوية ارتفاع قمة برج يساوي ١٨° وقياس زاوية انخفاض قاعدة البرج ٢٢° أوجد ارتفاع البرج وبعده عن المنزل لأقرب متر علما بان قاعدتي المنزل والبرج واقعتان في مستوي أفقي واحد .

الحل

❻ من قمة برج قيست زاويتا انخفاض قمة مئذنة وقاعدتها فكان قياساهما ٤٧َ ٢٨° ، ٥٢َ ٤٧° علي الترتيب فإذا كان ارتفاع المئذنة ٣٣ مترا أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر .

الحل

❼ تحركت سفينة بسرعة ١٥كم/س في اتجاه ٣٥° جنوب الغرب ، وفي نفس اللحظة ومن نفس المكان تحركت سفينة أخري بسرعة ٢٤ كم/س في اتجاه الشمال الغربي أوجد البعد بين السفينتين بعد ثلاث ساعات من بدء حركتهما لأقرب كم .

الحل

تمارين علي معدل التغير

❽ أوجد متوسط التغير في المساحة الكلية لمكعب عندما يتغير طول حرفه من ٥ سم إلي ٦ سم .

الحل

❾ صفيحة دائرية الشكل تتمدد بانتظام بحيث تحتفظ بشكلها . أوجد معدل التغير في مساحة سطح الصفيحة بالنسبة إلي طول نصف قطرها عندما يكون طول نصف القطر ٧ سم . أعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$

الحل

❿ يتمدد بالون كروي محتفظاً بشكله بسبب ضغط الغاز داخله أوجد معدل التغير في مساحته السطحية بالنسبة إلي طول نصف قطره عندما يكون طول نصف قطرة ١٤سم .

الحل

المجموعة الأولي

❶ أكتب الخمسة حدود الأولي من المتتابعة التي حدها النوني يعطي بالعلاقة : $ع_ن = ن^{٢} + ٢$

✍ الحل

❷ أكتب مفكوك المتسلسلة التالية $\sum_{ر=٣}^{٨} (٢ر^{٢} - ٣)$ ثم أوجد مجموع المفكوك

✍ الحل

❸ إذا كان متوسط التغير في د = ٤,٥ عندما تتغير س من ٥ إلي ٥,٢ أوجد التغير في د ؟

✍ الحل

❹ من شرفة منزل ارتفاعه ٩ متر عن سطح الأرض كان قياس زاوية ارتفاع قمة شجرة يساوي ٢٠° وقياس زاوية انخفاض قاعدة الشجرة ١٥° أوجد ارتفاع الشجرة وبعدها عن المنزل لأقرب متر علما بان قاعدتي المنزل والشجرة واقعتان في مستوي أفقي واحد .

✍ الحل

❺ أوجد معدل التغير في المساحة الجانبية لمكعب بالنسبة لطول حرفة عندما يكون طول حرفه ١٠ سم .

✍ الحل

المجموعة الثانية

❶ أكتب الخمسة حدود الأولي من المتتابعة التي حدها النوني يعطي بالعلاقة : $ح_ن = ن^٢ + ١$

✍ الحل

❷ أكتب مفكوك المتسلسلة التالية $\sum_{ر=٣}^{٧} (٢ر^٢ - ١)$ ثم أوجد مجموع المفكوك

✍ الحل

❸ إذا كان متوسط التغير في د = ٦,٥ عندما تتغير س من ٣ إلي ٣,٢ أوجد التغير في د ؟

✍ الحل

❹ من قمة برج قيست زاويتا انخفاض قمة مئذنة وقاعدتها فكان قياساهما ٢٥° ، ٤٥° علي الترتيب فإذا كان ارتفاع المئذنة ٢٧ مترا أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر .

✍ الحل

❺ أوجد معدل التغير في حجم مكعب بالنسبة لطول حرفة عندما يكون طول حرفه ١٠ سم .

✍ الحل

المجموعة الثالثة

❶ أكتب الخمسة حدود الأولي من المتتابعة التي حدها النوني يعطي بالعلاقة : $ع_ن = ن^٢ + ٣$

✍ الحل

❷ أكتب مفكوك المتسلسلة التالية $\sum_{ر=٢}^{٦} (٢ر^٢ + ١)$ ثم أوجد مجموع المفكوك

✍ الحل

❸ إذا كان متوسط التغير في د = ٢,٥ عندما تتغير س من ٤ إلي ٤,٢ أوجد التغير في د ؟

✍ الحل

❹ تحركت سفينة بسرعة ٢٠كم/س في اتجاه ٣٠° جنوب الغرب ، وفي نفس اللحظة ومن نفس المكان تحركت سفينة أخري بسرعة ٣٠ كم/س في اتجاه الشمال الغربي أوجد البعد بين السفينتين بعد ساعتين من بدء حركتهما لأقرب كم .

✍ الحل

❺ يتمدد بالون كروي محتفظاً بشكله بسبب ضغط الغاز داخله أوجد معدل التغير في حجم البالون بالنسبة إلي طول نصف قطره عندما يكون طول نصف قطرة ٢٨سم .

✍ الحل

تمارين علي المتتابعة الحسابية

❶ أوجد عدد حدود المتتابعة الحسابية (٢ ، ٥ ، ٨ ، .... ، ٨٠)

الحل ✍

❷ أوجد رتبة وقيمة أول حد سالب في المتتابعة الحسابية (٦٧ ، ٦٤ ، ٦١ ، ....)

الحل ✍

❸ أوجد رتبة وقيمة أول حد قيمته أكبر من ١٨٠ في المتتابعة الحسابية (٣ ، ٧ ، ١١ ، ....)

الحل ✍

❹ أوجد المتتابعة الحسابية التي حدها السادس = ٢٠ ، النسبة بين حديها الرابع والعاشر كنسبة ٤ : ٧

الحل ✍



❺ إذا أدخلت عدة أوساط حسابية بين ١ ، ١٧ وكان الوسط السابع يساوي ثلاثة أمثال الوسط الثاني أوجد عدد هذه الأوساط .

✍ **الحل**

تمارين علي قواعد الاشتقاق

❻ باستخدام تعريف المشتقة أوجد مشتقة الدالة د : د(س) = س^{٣} ثم أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المماس مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند النقطة (١ ، ١) لأقرب درجة .

✍ **الحل**

❼ أبحث قابلية اشتقاق الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} ٣ - س^{٣} & \text{عندما } س \leqslant ١ \\ ٢س + ١ & \text{عندما } س > ١ \end{cases}$ عند س = ١

✍ **الحل**

❽ أوجد قيمة الثابت أ إذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ٢ حيث

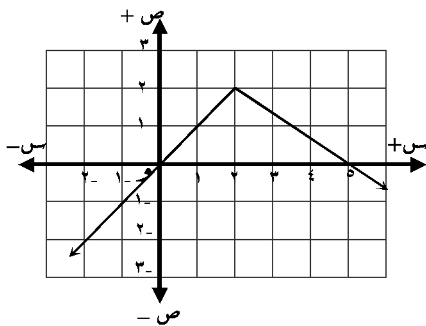
د(س) = { أ س − ٤ عندما س < ٢ ، س^٢ − س + ٤ عندما س ⩾ ٢ }

الحل

❾ أبحث قابلية اشتقاق الدالة د حيث د(س) = { س^٢ + س عندما س ⩽ ١ ، ٢ س عندما س > ١ } عند س = ١

الحل

❿ الشكل المقابل :
يمثل منحني دالة
برهن أنها دالة غير قابلة للاشتقاق عند س = ٢



الحل



تمارين علي المتتابعة الحسابية

❶ أوجد عدد حدود المتتابعة الحسابية (٦٣ ، ٥٩ ، ٥٥ ، .... ، – ١٣٣)

الحل

❷ أوجد رتبة وقيمة أول حد سالب في المتتابعة الحسابية (٤٩ ، ٤٥ ، ٤١ ، ....)

الحل

❸ أوجد رتبة وقيمة أول حد قيمته أكبر من ١٥٠ في المتتابعة الحسابية (٤ ، ٩ ، ١٤ ، ....)

الحل

❹ $(ح_ن)$ متتابعة حسابية فيها $ح_١ + ح_٢ = ٩$ ، $ح_٥ = ٢٢$ أوجد هذه المتتابعة

الحل

❺ أدخل ١٦ وسطا حسابيا بين ٢٧ ، – ٢٤

الحل

تمارين علي قواعد الاشتقاق

❻ باستخدام تعريف المشتقة أوجد مشتقة الدالة د : د(س) = $س^2$ ثم أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المماس مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند النقطة (– ١ ، ١) لأقرب دقيقة .

الحل

❼ أبحث قابلية اشتقاق الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} س - س^2 & \text{عندما } س \leqslant ٢ \\ ٣س - ٤ & \text{عندما } س > ٢ \end{cases}$ عند س = ٢

الحل

❽ أوجد قيمة الثابت أ إذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ١ حيث

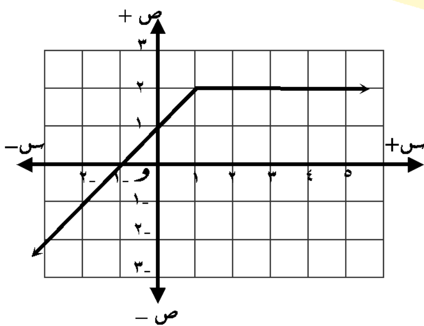
د(س) = { أ س + ٢ عندما س < ١ ، س٢ – ٢ س + ٣ عندما س ≥ ١ }

✍ الحل

❾ أبحث قابلية اشتقاق الدالة د حيث د(س) = { س٢ + ٢ س عندما س ≤ ٠ ، ٢ س عندما س > ٠ } عند س = ٠

✍ الحل

❿ الشكل المقابل :
يمثل منحنى دالة
برهن أنها دالة غير قابلة للاشتقاق عند س = ١



✍ الحل

المجموعة الأولي

❶ أوجد رتبة وقيمة أول حد سالب في المتتابعة الحسابية (٥٩ ، ٥٣ ، ٤٧ ، ....)

الحل

❷ أوجد المتتابعة الحسابية التي حدها الخامس = ٢١ ، وحدها العاشر = ثلاثة أمثال حدها الثاني .

الحل

❸ أدخل ٧ أوساط حسابية بين – ٢٤ ، ١٦

الحل

❹ أوجد قيمة الثابت أ إذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ١ حيث

د(س) = { أس + ٥ عندما س < ١ ؛ س^{٣} – س عندما س ⩾ ١ }

الحل

❺ أبحث قابلية اشتقاق الدالة د حيث د(س) = { س^٢ + س عندما س ⩽ ٢ ، ٥س − ٤ عندما س > ٢ } عند س = ٢

✍ الحل

المجموعة الثانية

❶ أوجد رتبة وقيمة أول حد سالب في المتتابعة الحسابية (٦٢ ، ٥٧ ، ٥٢ ، ....)

✍ الحل

❷ متتابعة حسابية حدها الرابع = ١١ ، ومجموع حديها الخامس والتاسع يساوي ٤٠ أوجد المتتابعة .

✍ الحل

❸ أدخل ٥ أوساط حسابية بين ٦ ، ٤٨

✍ الحل

❹ أوجد قيمة الثابت أ إذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ١ حيث

د(س) = { أ س – ٦ عندما س < ١
س٢ – س – ١ عندما س ⩾ ١

الحل

❺ أبحث قابلية اشتقاق الدالة د حيث د(س) = { س٢ – س عندما س ⩽ ٢
٣س – ٤ عندما س > ٢
عند س = ٢

الحل

المجموعة الثالثة

❶ أوجد رتبة وقيمة أول حد سالب في المتتابعة الحسابية (٧١ ، ٦٧ ، ٦٣ ، ....)

الحل

❷ متتابعة حسابية حدها التاسع يساوي ٢٥ ، الوسط الحسابي بين حديها الثالث والخامس هو ١٠ أوجد هذه المتتابعة .

الحل

❸ أدخل ٩ أوساط حسابية بين ١٢ ، ٦٠

✍ **الحل**

❹ أوجد قيمة الثابت أ إذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ١ حيث

د(س) = { أ س − ١ عندما س < ١ ، س^٢ + ٣ س عندما س ⩾ ١ }

✍ **الحل**

❺ أبحث قابلية اشتقاق الدالة د حيث د(س) = { س^٢ + ٢ س عندما س ⩽ ١ ، ٤ س − ١ عندما س > ١ } عند س = ١

✍ **الحل**



تمارين علي المتتابعة الحسابية

❶ أوجد عدد حدود المتتابعة الحسابية :

(٢ ، ٥ ، ٨ ، .... ، ٨٠)

❷ أوجد رتبة وقيمة أول حد سالب في المتتابعة الحسابية :

(٦٧ ، ٦٤ ، ٦١ ، ....)

❸ أوجد رتبة وقيمة أول حد قيمته أكبر من ١٨٠ في المتتابعة الحسابية:

(٣ ، ٧ ، ١١ ، ....)

❹ بين أن المتتابعة ($ح_ن$) : $ح_ن$ = ٢ ن + ١ متابعة حسابية ثم أوجد الحد العاشر

❺ بين أن المتتابعة ($ح_ن$) : $ح_ن$ =-٣ - ٢ ن متابعة حسابية ثم أوجد رتبة الحد الذي قيمته تساوي -١٧

ثانيا : التفاضل والتكامل ـ الوحدة الثالثة

❻ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$ في كل مما يأتي:

أ) ص = $س^{٩}$ ب) ص = $س^{\frac{٣}{٥}}$ حـ) ص = ٧ π

❼ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$ في كل مما يأتي:

أ) ص = $\sqrt{س}$ ب) ص = $\frac{٥}{س^{٣}}$ حـ) ص = $π^{٢}$

❽ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$ في كل مما يأتي:

أ) ص = ٧ $س^{٣}$ ب) ص = $\frac{٤}{٣}$ π $س^{٣}$



تمارين علي قانون النسب المثلثية لقياس مجموع زاويتين .

❾ إذا كان : أ ، ب زاويتان حادتان بحيث طا أ + طا ب = $\frac{٥}{٦}$ ، طا أ × طا ب = $\frac{١}{٦}$ أوجد : طا (أ + ب)

❿ إذا كان : $\frac{\text{حا س حتا ١٥ + حتا س حا ١٥}}{\text{حتا س حتا ١٥ − حا س حا ١٥}}$ = ١ أوجد قيمة س ° (حيث س ° قياس زاوية حادة موجبة)



١ أوجد عدد حدود المتتابعة الحسابية :

(٣ ، ٦ ، ٩ ، .... ، ٩٩)

٢ أوجد رتبة وقيمة أول حد سالب في المتتابعة الحسابية :

(٦٠ ، ٥٥ ، ٥٠ ، ....)

٣ أوجد رتبة وقيمة أول حد قيمته أكبر من ١٠٠ في المتتابعة الحسابية:

(٣ ، ٧ ، ١١ ، ....)

٤ بين أن المتتابعة ($ح_ن$) : $ح_ن$ = ٤ ن + ٣ متابعة حسابية ثم أوجد الحد السابع

٥ بين أن المتتابعة ($ح_ن$) : $ح_ن$ = ٥ - ن متابعة حسابية ثم أوجد رتبة الحد الذي قيمته تساوي -١١

ثانيا : التفاضل والتكامل ـ الوحدة الثالثة

٦ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$ في كل مما يأتي:

أ) ص = $س^{٧}$ ب) ص = $س^{\frac{٣}{٤}}$ جـ) ص = ٢ π

٧ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$ في كل مما يأتي:

أ) ص = $\sqrt{س^{٣}}$ ب) ص = $\frac{١}{س^{٧}}$ جـ) ص = $\pi^{٣}$

٨ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$ في كل مما يأتي:

أ) ص = ٥ $س^{٤}$ ب) ص = ٤ π $س^{٢}$



تمارين علي قانون النسب المثلثية لقياس مجموع زاويتين .

❾ إذا كان : أ ، ب زاويتان حادتان بحيث طا أ = $\frac{1}{2}$ ، طا ب = $\frac{1}{3}$ أوجد : طا (أ + ب)



❿ إذا كان : حا س جتا ٤س + جتاس جا٤س = $\frac{1}{2}$ أوجد قيمة س° (حيث س° قياس زاوية حادة موجبة)



وزارة التربية والتعليم و التعليم الفنى
الإدارة المركزية للتعليم العام
مكتب مستشار الرياضيات

٤ الرياضيات البحتة ـ للصف الثاني الثانوي علمي التقييمات الأسبوعية الأسبوع الرابع ٤

المجموعة الاولى.

❶ أوجد عدد حدود المتتابعة الحسابية :

(٢ ، ٤ ، ٦ ، .... ، ١٤٤)

❷ بين أن المتتابعة ($ح_ن$) : $ح_ن$ = ٣ ن + ٤ متابعة حسابية ثم أوجد الحد الحادي عاشر

❸ أوجد $\frac{ء ص}{ء س}$ إذا كان ص = $س^{\frac{٣}{٥}}$

❹ أوجد $\frac{ء ص}{ء س}$ إذا كان ص = π $س^٢$

❺ إذا كان : حتا ٣س حتا ٢س + جا٣س جا٢س= $\frac{١}{٢}$ أوجد قيمة س° (حيث س° قياس زاوية حادة موجبة)

المجموعة الثانية.

❶ أوجد عدد حدود المتتابعة الحسابية :

(١ ، ٣ ، ٥ ، .... ، ١٣٣)

❷ بين أن المتتابعة ($ح_ن$) : $ح_ن$ = ٤ ن + ٣ متابعة حسابية ثم أوجد الحد الثاني عاشر

❸ أوجد $\frac{ء ص}{ء س}$ إذا كان ص = $س^{\frac{٣}{٤}}$

❹ أوجد $\frac{ء ص}{ء س}$ إذا كان ص = ٢ π س

❺ إذا كان : حتا ٣س حتا ٢س ـ جا٣س جا٢س= $\frac{١}{٢}$ أوجد قيمة س° (حيث س° قياس زاوية حادة موجبة)



المجموعة الثالثة.

❶ أوجد عدد حدود المتتابعة الحسابية :

(٥ ، ١٠ ، ١٥ ، .... ، ١٥٥)

❷ بين أن المتتابعة ($ح_ن$) : $ح_ن$ =٧ ن + ١ متابعة حسابية ثم أوجد الحد السابع

❸ أوجد $\frac{ء ص}{ء س}$ إذا كان ص = $س^{\frac{٤}{٣}}$

❹ أوجد $\frac{ء ص}{ء س}$ إذا كان ص = ٦ $س^{٢}$

❺ إذا كان : حتا ٥س حتا ٤س – جا٥س جا٤س= ١ أوجد قيمة س° (حيث س° قياس زاوية حادة موجبة)



٥ الرياضيات البحتة ـ للصف الثاني الثانوي علمي　　الأداء الصفى　　الأسبوع الخامس ٥

أولا : الجبر ـ الوحدة الاولى ـ المتتابعات و المتسلسلات

❶ متتابعة حسابية حدها الثاني = ٨ ، وحدها التاسع ـ ١٣ أوجد المتتابعة ثم أوجد حدها السابع.

❷ ادخل عشرون وسطا حسابيا بين العددين ١٤ ، ٧٧.

❸ إذا كانت س ، ٧ ، ١٠ ، ص أربعة حدود متتالية من متتابعة حسابية فأوجد قيمتي س ، ص .

❹ **متتابعة حسابية حدها الثاني = ١١ ، وحدها الحادي عشر = ٢ أوجد حدها الثامن .**

❺ **إذا ادخل عشرة اوساط حسابية بين ٢ ، ـ ٢٠ فأوجد الوسط الرابع .**

ثانيا : التفاضل والتكامل ـ الوحدة الثالثة

❻ إذا كان : ص = ٥ س^{٣} + ٤ س ـ ٧ فأوجد $\frac{ءص}{ءس}$

❼ إذا كان : ص = ٢ س^{٤} (٨س + ٣) فأوجد $\frac{ءص}{ءس}$

❽ إذا كان : ص = (٥ س^{٣} − س)(٢س^{٢} − ١) فأوجد $\frac{ءص}{ءس}$

ثالثا : حساب مثلثات –الوحدة الرابعة.

❾ ٨ ب ج مثلث فيه : ظا ٨ = $\frac{٣}{٤}$ ، ظا ب = $\frac{١}{٧}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد: ق(∠ ج)

❿ إذا كان : جا ٨ = $\frac{٣}{٥}$ ، جتاب = $\frac{٥}{١٣}$ حيث ٨ ، ب قياسي زاويتين حادتين فأوجد

جا(٨ + ب) ، جتا (٨ − ب)

٥ الرياضيات البحتة ـ للصف الثاني الثانوي علمي　　الأداء المنزلى　　الأسبوع الخامس ٥

أولا : الجبر ـ الوحدة الاولى ـ المتتابعات و المتسلسلات

❶ متتابعة حسابية حدها الاول = ٧ ، وحدها السابع = ١٩ أوجد المتتابعة ثم أوجد حدها الرابع.

❷ ادخل عشرون وسطا حسابيا بين العددين ١٥ ، ٧٨.

❸ إذا كانت س ، ٦ ، ١١ ، ص أربعة حدود متتالية من متتابعة حسابية فأوجد قيمتي س ، ص .

❹ **متتابعة حسابية حدها السادس يساوي ١٣ ، واساسها يساوي ٢ أوجد المتتابعة .**

❺ **إذا ادخل عشرة اوساط حسابية بين ٢ ، ـ ٢٠ فأوجد الوسط الرابع .**

ثانيا : التفاضل والتكامل ـ الوحدة الثالثة

❻ إذا كان : ص = ٨ س^{٤} + ٢ س^{٣} ـ ١ فأوجد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$

❼ إذا كان : ص = ٣ س^{٥} (٤س ـ ٧) فأوجد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$

❽ إذا كان : ص = (٤ س^{٢} ــ ٣س)(س^{٢} +٦) فأوجد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$

ثالثا : حساب مثلثات –الوحدة الرابعة.

❾ ٢ ب جـ مثلث فيه : ظا ٢ = $\frac{١}{٢}$ ، ظا ب = $\frac{١}{٣}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد: ق(∠جـ)

❿ إذا كان : جتا ٢ = $\frac{٣}{٥}$ **حيث ٢ قياس لزاوية حادة فأوجد جا (٢+ ٣٠)**



٥ الرياضيات البحتة ـ للصف الثاني الثانوي علمي التقييمات الأسبوعية الأسبوع الخامس ٥

المجموعة الاولى.

❶ متتابعة حسابية حدها الثالث = ٧ ، وحدها الرابع = ١٠ أوجد المتتابعة ثم أوجد حدها التاسع.

❷ ادخل عشرون وسطا حسابيا بين العددين ١٧ ، ٨٠.

❸ إذا كان : ص = ٧ س^{٣} + ٦ س^{٢} ـ ٤ فأوجد $\frac{ءص}{ءس}$

❹ إذا كان : ص = (س^{٢} – س)(س+١) فأوجد $\frac{ءص}{ءس}$

❺ إذا كان : جا أ = $\frac{٣}{٥}$ حيث أ قياس لزاوية حادة فأوجد : جتا (أ+ ٣٠)

المجموعة الثانية.

❶ متتابعة حسابية حدها الثالث = ٨ ، وحدها الرابع = ١١ أوجد المتتابعة ثم أوجد حدها التاسع.

❷ ادخل عشرون وسطا حسابيا بين العددين ١٨ ، ٨١.

❸ إذا كان : ص = ٨ س^{٤} + ٧ س^{٣} ـ ٥ فأوجد $\frac{ءص}{ءس}$

❹ إذا كان : ص = (س^{٣} – س)(٢س+٣) فأوجد $\frac{ءص}{ءس}$

❺ إذا كان : جا أ = $\frac{٣}{٥}$ حيث أ قياس لزاوية حادة فأوجد : جتا (أ+ ٤٥)

المجموعة الثالثة.

❶ متتابعة حسابية حدها الثالث = ٩ ، وحدها الرابع = ١٢ أوجد المتتابعة ثم أوجد حدها التاسع.

❷ ادخل عشرون وسطا حسابيا بين العددين ٢٠ ، ٨٣.

❸ إذا كان : ص = ٩ س^{٥} + ٥ س^{٣} ـ ٢ فأوجد $\frac{ءص}{ءس}$

❹ إذا كان : ص = (س^{٤} – ٢ س)(٤س+٦) فأوجد $\frac{ءص}{ءس}$

❺ إذا كان : جا أ = $\frac{٣}{٥}$ حيث أ قياس لزاوية حادة فأوجد : جتا (أ+ ٦٠)



٦ الرياضيات البحتة ـ للصف الثاني الثانوي علمي الأداء الصفى الأسبوع السادس ٦

تمارين علي المتسلسلات الحسابية

❶ أوجد مجموع ٣٠ حدا الأولي من حدود المتتابعة الحسابية (٤ ، ١٠ ، ١٦ ، ....)

❷ في المتتابعة الحسابية (٥ ، ٨ ، ١١ ، ....) أوجد مجموع ١٠ حدود من حدودها ابتداء من حدها السابع

❸ أوجد مجموع حدود المتتابعة الحسابية (١١ ، ١٥ ، ١٩ ، .... ، ٨٧)

❹ متتابعة حسابية الحد الأوسط فيها هو $ح_{١١}$ = ٦٠ أوجد مجموع هذه المتتابعة .

❺ في المتتابعة الحسابية $(ح_ر)$ = (٥٥ ، ٥١ ، ٤٧ ، ......) أوجد أكبر عدد يمكن أخذه من حدودها بدءاً من حدها الأول ليكون المجموع أكبر من الصفر

❻ متتابعة حسابية حدها الأول يساوي ١٩ ، وحدها الأخير يساوي ـ ٤١ فإذا كان مجموع حدودها ـ ٢٣١ أوجد هذه المتتابعة .

تمارين علي قواعد الاشتقاق

❼ إذا كانت : ص = $\frac{-٧}{س+١}$ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$

❽ إذا كانت د دالة : د(س) = $\frac{س^٢ - ١}{س + ٢}$ أوجد : د´ (س)

❾ إذا كانت : ص = $(س^٢ - ٤س + ٦)^٥$ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$

❿ إذا كانت : ص = $\frac{ع - ١}{ع + ١}$ ، ع = $\frac{س + ١}{س - ١}$ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$ عندما س = ٢



٦ الرياضيات البحتة ـ للصف الثاني الثانوي علمي الأداء المنزلى الأسبوع السادس ٦

تمارين علي المتسلسلات الحسابية

١ أوجد مجموع ٣٠ حدا الأولي من حدود المتتابعة الحسابية (٥ ، ٨ ، ١١ ، ....)

٢ في المتتابعة الحسابية (٩٠ ، ٨٥ ، ٨٠ ، ....) أوجد مجموع ٢٠ حداً من حدودها ابتداء من حدها العاشر

٣ أوجد مجموع حدود المتتابعة الحسابية (٨ ، ١٢ ، ١٦ ، .... ، ٨٨)

٤ متتابعة حسابية الحد الأوسط فيها هو $ح_{١٥}$ = ٣٠ أوجد مجموع هذه المتتابعة .

٥ في المتتابعة الحسابية $(ح_{ن})$ = (٥٠ ، ٤٥ ، ٤٠ ، ......) أوجد أكبر عدد يمكن أخذه من حدودها بدءاً من حدها الأول ليكون المجموع أكبر ما يمكن

٦ متتابعة حسابية حدها الأول يساوي ٥ ، وحدها الأخير يساوي ١٠٥ فإذا كان مجموع حدودها ١١٥٥ أوجد هذه المتتابعة .

تمارين علي قواعد الاشتقاق

٧ إذا كانت : $ص = \frac{-١}{س+٤}$ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$

٨ إذا كانت د دالة : $د(س) = \frac{س - ٥}{س + ٧}$ أوجد : $د'(س)$

٩ إذا كانت : $ص = (س^{٢} - ٣س + ١)^{٧}$ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$

١٠ إذا كانت : $ص = ع + \frac{١}{ع}$ ، $ع = ٣س+٥$ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$ عندما س = ١



٦ الرياضيات البحتة ـ للصف الثاني الثانوي علمي التقييمات الأسبوعية الأسبوع السادس ٦

المجموعة الاولى.

١ أوجد مجموع ٢٠ حدا الأولي من حدود المتتابعة الحسابية (١ ، ٣ ، ٥ ، ....)

٢ في المتتابعة الحسابية (١٠٠ ، ٩٠ ، ٨٠ ، ....) أوجد مجموع ١٠ حدود من حدودها ابتداء من حدها السابع

٣ أوجد مجموع حدود المتتابعة الحسابية (٣ ، ٦ ، ٩ ، .... ، ٩٩)

٤ إذا كانت : $ص = \frac{س + ١}{س + ٢}$ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$

٥ إذا كانت : $ص = (س^٢ - ٥ س + ١)^٣$ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$

المجموعة الثانية.

١ أوجد مجموع ٢٠ حدا الأولي من حدود المتتابعة الحسابية (٢ ، ٤ ، ٦ ، ....)

٢ في المتتابعة الحسابية (٥٠ ، ٤٥ ، ٤٠ ، ....) أوجد مجموع ١٠ حدود من حدودها ابتداء من حدها الخامس

٣ أوجد مجموع حدود المتتابعة الحسابية (٦ ، ١٢ ، ١٨ ، .... ، ٩٦)

٤ إذا كانت : $ص = \frac{س + ٢}{س + ٣}$ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$

٥ إذا كانت : $ص = (س^٢ - ٤ س + ١)^٥$ أوجد $\frac{ءص}{ءس}$



المجموعة الثالثة.

❶ أوجد مجموع ٢٠ حدا الأولي من حدود المتتابعة الحسابية (٧ ، ٩ ، ١١ ، ....)

❷ في المتتابعة الحسابية (٣٣ ، ٣٠ ، ٢٧ ، ....) أوجد مجموع ١٠ حدود من حدودها ابتداء من حدها التاسع

❸ أوجد مجموع حدود المتتابعة الحسابية (٤ ، ٨ ، ١٢ ،...................... ، ١٠٤)

❹ إذا كانت : ص $= \frac{\text{س} + ٥}{\text{س} + ٦}$ أوجد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$

❺ إذا كانت : ص $= (\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ١)^{٨}$ أوجد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$

① الأداء الصفي ـ الصف الثانى الثانوى ـ علمى ـ تطبيقات الرياضيات ـ الأسبوع الأول ①

(١) حول كل من الوحدات التالية إلى الوحدات المناظرة لها :

أ) ٢٠ ث كجم إلى نيوتن

ب) ٥٤كم/ س إلى م / ث

جـ) ١٩٦٠ نيوتن إلى ث كجم

د) ٠,٥ ث جم إلى داين

(٢) يتحرك جسيم بحيث كان متجة موضعه $\overline{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين

$\overline{س}$ ، $\overline{ص}$ بالعلاقة : $\overline{ر}$ (ن) = (٦ ن + ١) $\overline{س}$ + (٨ ن – ٢) $\overline{ص}$ أوجد :

معيار متجه الازاحة حتى اللحظة ن = ٣

(٣) أوجد المسافة بالكيلومتر التي تقطعها سيارة تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ٨١ كم / س
لمدة ٢٠ دقيقة .

(٤) أوجد بالساعة الزمن الذى تستغرقه سيارة تتحرك بسرعة منتظمة ٢٠ م / ث في قطع
مسافة ٧٢ كم.

(٥) تحرك عداء ٣٠ متراً شرقاً، ثم تحرك بعد ذلك ٤٠ متراً شمالاً.
أحسب المسافة والازاحة التي قطعها العداء.

(٦) قطع راكب دراجة مسافة ٥٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ٢٠ كم / س ثم عاد على نفس الطريق
فقطع ١٨ كم فى الاتجاه المضاد بسرعة ١٢ كم / س.

أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها، ثم أوجد متوسط مقدار السرعة خلال الرحلة كلها.

(٧) قطع راكب دراجة مسافة ٣٢ كم على طريق مستقيم بسرعة ١٦ كم / س ثم قطع ٢٧ كم في نفس الاتجاه بسرعة ٩ كم / س .

أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها، ثم أوجد متوسط مقدار السرعة خلال الرحلة كلها.

(٨) تواجد جسيم عند لحظتين زمنيتين ٣ ، ٨ ثوان عند الموضعين أ(٣ ، ٦) ، ب (٧ ، ٩) على الترتيب أوجد متجة السرعة المتوسطة للجسيم خلال هذه الفترة الزمنية، ثم أوجد معيار و اتجاه هذه السرعة المتوسطة.

(٩) إذا كان متجه موضع جسيم يتحرك في خط مستقيم من نقطة (و) يعطى كدالة في الزمن ن (ثانية) بالعلاقة: $\overleftarrow{ر}$= (ن^{٢} + ١) $\overleftarrow{ى}$ فأوجد معيار متجه الازاحة $\overleftarrow{ف}$ بعد ٣ ثانية ، حيث معيار $\overleftarrow{ر}$ بالمتر

(١٠) تحركت سيارتان في وقت واحد من بنها متجهتان إلى القاهرة بسرعة ثابتة لكل منهما، فإذا كانت سرعة السيارة الأولى ٩٨ كم / س ، وسرعة السيارة الثانية ٤٢ كم / س ، ما الزمن الذى سينتظره قائد السيارة الأولى حتى يلحق به قائد السيارة الثانية في نهاية الرحلة التي يبلغ طولها ٤٩ كم ؟

① الأداء المنزلى ـ الصف الثانى الثانوى ـ علمى ـ تطبيقات الرياضيات ـ الأسبوع الأول ①

(١) حول كل من الوحدات التالية إلى الوحدات المناظرة لها :

هـ) ١٠ ث كجم إلى نيوتن

ت) ٧٢ كم/س إلى م / ث

جـ) ٦٥٠٠٠ داين إلى نيوتن

د) ٤٩٠٠ داين إلى ث جم

(٢) يتحرك جسيم بحيث كان متجة موضعه $\overleftarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ بالعلاقة : $\overleftarrow{ر}$(ن) = (٤ ن + ٢) $\overleftarrow{س}$ + (٣ ن – ١) $\overleftarrow{ص}$ أوجد :

معيار متجه الازاحة حتى اللحظة ن = ٤

(٣) أوجد المسافة بالكيلومتر التي تقطعها سيارة تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ٥٦ كم / س لمدة ١٥ دقيقة.

(٤) أوجد الزمن بالساعة الذى تستغرقه سيارة تتحرك بسرعة منتظمة ٤٠ م / ث في قطع مسافة ٣٦ كم .

(٥) تحرك عداء ١٢٠ متراً شرقاً، ثم تحرك بعد ذلك ٥٠ متراً شمالاً. أحسب المسافة والازاحة التي قطعها العداء.

(٦) قطع راكب دراجة مسافة ٣٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ١٥ كم / س ثم عاد على نفس الطريق فقطع ٢٠ كم فى الاتجاه المضاد بسرعة ٢٠ كم / س

أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها، ثم أوجد متوسط مقدار السرعة خلال الرحلة كلها.

(٧) قطع راكب دراجة مسافة ٤٢ كم على طريق مستقيم بسرعة ١٤ كم / س ثم قطع ٦ كم في نفس الاتجاه بسرعة ٦ كم / س ٠

أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها، ثم أوجد متوسط مقدار السرعة خلال الرحلة كلها٠

(٨) تواجد جسيم عند لحظتين زمنيتين ٣ ، ٧ ثوان عند الموضعين أ(٥ ، ٢) ، ب (٩ ، ١٠) على الترتيب أوجد: متجة السرعة المتوسطة للجسيم خلال هذه الفترة الزمنية، ثم أوجد معيار واتجاه هذه السرعة ٠

(٩) إذا كان متجه موضع جسيم يتحرك في خط مستقيم من نقطة (و) يعطى كدالة في الزمن ن (ثانية) بالعلاقة: $\overleftarrow{ر}$= (٢ن^{٢} + ٣) $\overleftarrow{ى}$ فأوجد معيار متجه الازاحة ف بعد ٢ ثانية ، حيث معيار $\overleftarrow{ر}$ بالمتر٠

(١٠) تحركت سيارتان في وقت واحد من بنها متجهتان إلى القاهرة بسرعة ثابتة لكل منهما، فإذا كانت سرعة السيارة الأولى ٧٠ كم / س، وسرعة السيارة الثانية ٨٤ كم / س، ما الزمن الذي سينتظره قائد السيارة الثانية حتى يلحق به قائد السيارة الأولى في نهاية الرحلة التي يبلغ طولها ٤٩ كم؟

وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات



الأداء الصفى   الأسبوع: (٢)   الفصل الدراسى (٢)   تطبيقات الرياضيات   الصف: الثانى الثانوى (علمى)

(١) إذا كان: $\overleftarrow{ع}_{م} = ٣٠ \overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب} = ١٠ \overleftarrow{س}$ ، **فأوجد :** $\overleftarrow{ع}_{م\,ب}$

(٢) إذا كان: $\overleftarrow{ع}_{م\,ب} = ٢٠ \overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب} = ٣٠ \overleftarrow{س}$ ، **فأوجد :** $\overleftarrow{ع}_{م}$

(٣) تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٨٠ كم / س . وعلى نفس الطريق تتحرك دراجة بخارية بسرعة ٣٠ كم / س أوجد السرعة النسبية للدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما تتحرك الدراجة فى نفس اتجاه حركة السيارة ٠

(٤) تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٦٠ كم / س. وعلى نفس الطريق تتحرك دراجة بخارية بسرعة ٢٠ كم / س أوجد السرعة النسبية للدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما تتحرك الدراجة فى عكس اتجاه حركة السيارة ٠

(٥) تتحرك سيارة رادار لمراقبة السرعةعلى الطريق الصحراوى بسرعة ٤٠ كم / س، راقبت هذه السيارة حركة شاحنة قادمة في الاتجاه المضاد، فبدت لها وكأنها تتحرك بسرعة ١٢٠ كم / س فما هى السرعة الفعلية للشاحنة٠

(٦) يتحرك راكب دراجة م على طريق مستقيم بسرعة ١٥ كم / س ويتحرك فى نفس الاتجاه راكب دراجة آخر ب بسرعة ١٢ كم / س فأوجد القياس الجبري لمتجه سرعة ب بالنسبة إلى م ٠

(٧) تتحرك باخرة في مسار مستقيم نحو ميناء، ولما صارت على مسافة١٠٠ كم منه مرت فوقها طائرة حراسة في الاتجاه المضاد بسرعة ٢٥٠ كم / س، ورصدت حركة الباخرة فبدت لها متحركة بسرعة ٣٠٠ كم / س، احسب الزمن الذي يمضي من لحظة الرصد حتى وصول الباخرة إلى الميناء ٠

(٨) قامت سيارة شرطة متحركة بسرعة منتظمة على طريق أفقى بقياس السرعة النسبية لشاحنة تتحرك أمامها وفى نفس الاتجاه فوجدتها ٦٠ كم / س ، ولما زيدت سرعة سيارة الشرطة إلى الضعف، وأعادت القياس فبدت الشاحنة وكأنها ساكنة .أوجد السرعة الفعلية للشاحنة ٠

(٩) مر قطار (م) طوله ٩٥متراً يتحرك بسرعة منتظمة ١٢٦ كم / س بقطار آخر (ب) طوله ٨٥ متراً يتحرك بسرعة منتظمة ٩٠ كم / س في عكس اتجاه حركة القطار (م) ، أوجد الزمن اللازم لكى يمر القطار (م) بالكامل من القطار (ب)٠

(١٠) مدينتان م ، ب على الطريق الساحلى المسافة بينهما١٢٠ كم، تحركت سيارة من المدينة م متجهة إلى المدينة ب بسرعة منتظمة ٨٨ كم / س ، وفى نفس اللحظة تحركت سيارة أخرى من المدينة ب متجهة إلى المدينة م بسرعة منتظمة ٧٢ كم / س ، أوجد متى وأين تتقابل السيارتان ؟

الأداء المنزلى الأسبوع : (٢) الفصل الدراسى (٢) تطبيقات الرياضيات الصف :الثانى الثانوى (علمى)

(١) إذا كان: $\overleftarrow{ع}_{م ب}$ = ١٠ $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{م}$ = ٣٠ $\overleftarrow{س}$ ، فأوجد : $\overleftarrow{ع}_{ب}$

(٢)إذا كان: $\overleftarrow{ع}_{م}$ = ٥٠ $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب}$ = ٣٢ $\overleftarrow{س}$ ، فأوجد : $\overleftarrow{ع}_{م ب}$

(٣) تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٧٠ كم / س . وعلى نفس الطريق تتحرك دراجة بخارية بسرعة ٤٠ كم / س أوجد السرعة النسبية للدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما تتحرك الدراجة فى نفس اتجاه السيارة ٠

(٤) تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٧٥كم / س. وعلى نفس الطريق تتحرك دراجة بخارية بسرعة ٣٥ كم / س أوجد السرعة النسبية للدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما تتحرك الدراجة فى عكس اتجاه السيارة ٠

(٥) تتحرك باخرة في مسار مستقيم نحو ميناء، ولما صارت على مسافة٥٠ كم منه مرت فوقها طائرة حراسة في الاتجاه المضاد بسرعة ٢٠٠ كم / س، ورصدت حركة الباخرة فبدت لها متحركة بسرعة ٢٥٠ كم / س، احسب الزمن الذي يمضي من لحظة الرصد حتى وصول الباخرة للميناء ٠

(٦) قامت سيارة (م) تتحرك على طريق مستقيم بقياس السرعة النسبية لسيارة (ب) قادمة في الاتجاه المضاد فوجدتها ١٣٠ كم / س ولما ضاعفت السيارة (م) سرعتها وأعادت القياس وجدت أن سرعة السيارة (ب) أصبحت ١٨٠ كم / س أوجد السرعة الفعلية لكل من السيارتين ٠

(٧) مر قطار (م) طوله ٧٠ متراً يتحرك بسرعة ١٠٨ كم / س بقطار آخر (ب) طوله ٨٠ متراً يتحرك بسرعة ٧٢ كم / س في عكس اتجاه حركة القطار (م) ، أوجد الزمن اللازم لكى يمر القطار (م) بالكامل من القطار (ب)٠

(٨) مدينتان م ، ب المسافة بينهما ١٢٠ كم، تحركت سيارة من المدينة م متجهة إلى المدينة ب بسرعة منتظمة ٩٠ كم / س ، وفى نفس اللحظة تحركت سيارة أخرى من المدينة ب متجهة إلى المدينة م بسرعة منتظمة ٦٠ كم / س ، أوجد متى وأين تتقابل السيارتان ؟

(٩) تتحرك سيارة رادار لمراقبة السرعةعلى الطريق الصحراوى بسرعة ٦٠ كم / س، راقبت هذه السيارة حركة شاحنة قادمة في الاتجاه المضاد، فبدت لها وكأنها تتحرك بسرعة ١٠٠ كم / س فما هى السرعة الفعلية للشاحنة ٠

(١٠) يتحرك راكب دراجة م على طريق مستقيم بسرعة ٢٠ كم / س ويتحرك فى نفس الاتجاه راكب دراجة آخر ب بسرعة ١١ كم / س فأوجد القياس الجبري لمتجه سرعة ب بالنسبة إلى م ٠

المجموعة الأولى

(١) إذا كان: $\overleftarrow{ع}_{م\,ب} = ٢٤\,\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب} = ١٦\,\overleftarrow{س}$ ، فأوجد : $\overleftarrow{ع}_{م}$

(٢) تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ١٢٠ كم / س. وعلى نفس الطريق تتحرك دراجة بخارية بسرعة ٣٥ كم / س أوجد السرعة النسبية للدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما تتحرك الدراجة فى عكس اتجاه حركة السيارة ٠

(٣) أوجد المسافة بالكيلومتر التي تقطعها سيارة تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ٦٩ كم / س لمدة ٤٠ دقيقة٠

(٤) قطع راكب دراجة مسافة ٤٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ١٠ كم / س ثم عاد على نفس الطريق فقطع ٣٠ كم فى الاتجاه المضاد بسرعة ١٥ كم / س٠

أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها٠

(٥) يتحرك جسيم بحيث كان متجة موضعه $\overleftarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ بالعلاقة : $\overleftarrow{ر}(ن) = (٣ن^٢ + ١)\,\overleftarrow{س} + (٤ن - ٢)\,\overleftarrow{ص}$ أوجد : معيار متجه الازاحة حتى اللحظة ن = ٥

<u>المجموعة الثانية</u>

(١) إذا كان: $\overleftarrow{ع}_{م ب} = ٣٥ \overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{م} = ٥٠ \overleftarrow{س}$ ، فأوجد : $\overleftarrow{ع}_{ب}$

(٢) تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٦٥ كم / س. وعلى نفس الطريق تتحرك دراجة بخارية بسرعة ٢٥ كم / س أوجد السرعة النسبية للدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما تتحرك الدراجة فى عكس حركة السيارة ٠

(٣) أوجد المسافة بالكيلومتر التي تقطعها سيارة تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ٦٦ كم / س لمدة ٢٠دقيقة٠

(٤) قطع راكب دراجة مسافة ٦٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ٢٠ كم / س ثم عاد على نفس الطريق

فقطع ١٠ كم فى الاتجاه المضاد بسرعة ١٠ كم / س

أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها

(٥) يتحرك جسيم بحيث كان متجة موضعه $\overleftarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ بالعلاقة : $\overleftarrow{ر}(ن) = (١٢ ن + ٥) \overleftarrow{س} + (١٦ ن - ٣) \overleftarrow{ص}$ أوجد : معيار متجه الازاحة حتى اللحظة ن = ٢

MINISTRY OF EDUCATION AND TECHNICAL EDUCATION
وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني

المجموعة الثالثة

(١) إذا كان: $\overleftarrow{ع}_{م}$ = ٤٥ $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب}$ = ٣٧ $\overleftarrow{س}$ ، فأوجد : $\overleftarrow{ع}_{م ب}$

(٢) تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٢٧ كم / س. وعلى نفس الطريق تتحرك دراجة بخارية بسرعة ١٢ كم / س أوجد السرعة النسبية للدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما تتحرك الدراجة فى عكس اتجاه السيارة ٠

(٣) أوجد المسافة بالكيلومتر التي تقطعها سيارة تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ٧٢ كم / س لمدة ٢٥دقيقة٠

(٤) قطع راكب دراجة مسافة ٧٦ كم على طريق مستقيم بسرعة ١٩ كم / س ثم عاد على نفس الطريق

فقطع ٥٢ كم فى الاتجاه المضاد بسرعة ١٣ كم / س

أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها٠

(٦) يتحرك جسيم بحيث كان متجة موضعه $\overleftarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ بالعلاقة : $\overleftarrow{ر}$(ن) = (٥ ن + ٣) $\overleftarrow{س}$ + (١٢ ن − ١) $\overleftarrow{ص}$ أوجد : معيار متجه الازاحة حتى اللحظة ن = ٢

(١) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٥ سم / ث وبعجلة منتظمة ٥ سم / ث^{٢} تعمل فى نفس اتجاه متجه السرعة الابتدائية. أوجد : سرعة الجسيم فى نهاية دقيقة واحدة من بدء الحركة .

(٢) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٣٠ سم / ث وبعجلة منتظمة ٤ سم / ث^{٢} تعمل فى نفس اتجاه متجه السرعة الابتدائية. أوجد: الزمن الذى يمضى من بدء الحركة حتى تصبح سرعته ٠,٥ م / ث ٠

(٣) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٥٤ كم / س الى ٣ م / ث فى زمن قدره نصف دقيقة.

أوجد مقدار عجلة الحركة.

(٤) تتحرك سيارة بسرعة ٩٠ كم / س، ضغط السائق على دواسة الفرامل بحيث تناقصت السرعة بمعدل ثابت حتى توقفت السيارة بعد مرور ٥ ثوان. احسب: عجلة حركة السيارة خلال تناقص السرعة.

(٥) سيارة تتحرك بسرعة ٥٤ كم / س، ضغط السائق على دواسة الفرامل بحيث تناقصت السرعة بمعدل ثابت حتى توقفت السيارة بعد مرور ٤ثوان . أحسب المسافة التى قطعتها السيارة من لحظة الضغط على دواسة الفرامل حتى توقفت حركتها تماماً.

(٦) قذفت كرة صغيرة بسرعة ٣٠ م / ث أفقياً، فتحركت فى خط مستقيم حركة تقصيرية بعجلة منتظمة ٠,٥ م / ث^{٢}، عين سرعة الكرة بعد مرور ١٨ ثانية من بدء الحركة ٠

(٧) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٣٠ سم / ث و بعجلة منتظمة ٦ سم / ث^{٢} تعمل فى نفس اتجاه سرعة الجسيم احسب: المسافة المقطوعة بعد ٥ ثوان من بدء الحركة .

(٨) يتحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة، فزادت سرعته من ١٥ م /ث إلى ٢٥ م / ث بعد أن قطع مسافة ١٠٠ مترا ، أحسب الزمن اللازم لذلك٠

(٩) بدأ جسيم حركته من السكون في خط مستقيم بعجلة منتظمة مقدارها ٢ سم / ث٢ فقطع مسافة ٢٥سم،أوجد سرعة الجسيم في نهاية تلك المسافة ٠

(١٠) انطلقت سيارة من السكون بتسارع مقداره ٢ م / ث٢ ، أوجد المسافة التي تقطعها السيارةعندما تصبح سرعتها ٦ م / ث ٠

الأداء المنزلى الأسبوع : (٣) الفصل الدراسى (٢) تطبيقات الرياضيات الصف :الثانى الثانوى (علمى)

(١) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٢٠ سم / ث وبعجلة منتظمة ٣ سم / ث^{٢} تعمل فى نفس اتجاه متجه السرعة الابتدائية. أوجد: سرعة الجسيم فى نهاية نصف دقيقة من بدء الحركة.

(٢) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٣٥ سم / ث وبعجلة منتظمة ٢سم / ث^{٢} تعمل فى نفس اتجاه متجه السرعة الابتدائية. أوجد: الزمن الذى يمضى من بدء الحركة حتى تصبح سرعته ٠,٦٥ م / ث ٠

(٣) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٧٢ كم / س الى ٥ م / ث فى زمن قدره ربع دقيقة.

أوجد مقدار عجلة الحركة.

(٤) تتحرك سيارة بسرعة ١٠٨ كم / س، ضغط السائق على دواسة الفرامل بحيث تناقصتالسرعة بمعدل ثابت حتى توقفت السيارة بعد مرور ٦ ثوان. احسب: عجلة حركة السيارة خلال تناقص السرعة.

(٥)سيارة تتحرك بسرعة ٣٦ كم / س، ضغط السائق على دواسة الفرامل بحيث تناقصت السرعة بمعدل ثابت حتى توقفت السيارة بعد مرور ٥ ثوان . احسب : المسافة التى قطعتها السيارة من لحظة الضغط على دواسة الفرامل حتى توقفت حركتها تماماً.

(٦) قذفت كرة صغيرة بسرعة ١٠ م / ث أفقياً، فتحركت فى خط مستقيم حركة تقصيرية بعجلة منتظمة ٠,٢ م / ث^{٢}، عين سرعة الكرة بعد مرور ٥ ثوان من بدء الحركة ٠

(٧) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٥٠ سم / ث وبعجلة منتظمة ٤ سم / ث^{٢} تعمل فى نفس اتجاه سرعة الجسيم احسب: المسافة المقطوعة بعد ٨ ثوان من بدء الحركة .

(٨) يتحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة، فزادت سرعته من ٣٠ م /ث إلى ٥٠ م / ث

بعد أن قطع مسافة ١٦٠ متراً ، أحسب الزمن اللازم لذلك٠

(٩) بدأ جسيم حركته من السكون في خط مستقيم بعجلة منتظمة مقدارها ٨ سم / ث^{٢} فقطع مسافة

٤٩سم،أوجد سرعة الجسيم في نهاية تلك المسافة ٠

(١٠) انطلقت سيارة من السكون بتسارع مقداره ٤ م / ث^{٢} ، أوجد المسافة التي تقطعها السيارةعندما

تصبح سرعتها ١٠ م /ث ٠



التقييم الأسبوعى الأسبوع: (٣) الفصل الدراسى (٢) تطبيقات الرياضيات الصف: الثانى الثانوى (علمى)

المجموعة الأولى

(١) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٢٥ سم / ث وبعجلة منتظمة ٧ سم / $ث^٢$ تعمل فى نفس اتجاه سرعة الجسيم احسب: المسافة المقطوعة بعد ٤ ثوان من بدء الحركة .

(٢) انطلقت سيارة من السكون بتسارع مقداره ٣ م / $ث^٢$ ، أوجد المسافة التي تقطعها السيارةعندما تصبح سرعتها ١٢ م /ث ٠

(٣) قذفت كرة صغيرة بسرعة ١٦ م / ث أفقياً، فتحركت فى خط مستقيم حركة تقصيرية بعجلة منتظمة ٠,٤ م / $ث^٢$، عين سرعة الكرة بعد مرور ٥ ثوان من بدء الحركة ٠

(٤) يتحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة، فزادت سرعته من ٥ م /ث إلى ١٣ م / ث بعد أن قطع مسافة ٢٤ متراً ، أحسب الزمن اللازم لذلك٠

(٥) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٩٠ كم / س الى ١٠ م / ث فى زمن قدره نصف دقيقة أوجد مقدار عجلة الحركة.

المجموعة الثانية

(١) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٤٠ سم / ث وبعجلة منتظمة ٤ سم / ث^{٢} تعمل فى نفس اتجاه سرعة الجسيم احسب: المسافة المقطوعة بعد ٦ ثوان من بدء الحركة .

(٢) انطلقت سيارة من السكون بتسارع مقداره ٦ م / ث^{٢} ، أوجد المسافة التي تقطعها السيارةعندما تصبح سرعتها ٩ م / ث .

(٣) قذفت كرة صغيرة بسرعة ٨ م / ث أفقياً، فتحركت فى خط مستقيم حركة تقصيرية بعجلة منتظمة ٠,٣ م / ث^{٢}، عين سرعة الكرة بعد مرور ١٠ ثوان من بدء الحركة .

(٤) يتحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة، فزادت سرعته من ٦ م /ث إلى ١٠ م / ث بعد أن قطع مسافة ١٦ متراً ، أحسب الزمن اللازم لذلك .

(٦) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٥٤ كم / س الى ٧ م / ث فى زمن قدره ٠,٤ دقيقة أوجد مقدار عجلة الحركة.

المجموعة الثالثة

(١) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٦٠ سم / ث وبعجلة منتظمة ٨سم / ث^{٢} تعمل فى نفس اتجاه سرعة الجسيم احسب: المسافة المقطوعة بعد ٣ ثوان من بدء الحركة .

(٢) انطلقت سيارة من السكون بتسارع مقداره ٨ م / ث^{٢} ، أوجد المسافة التي تقطعها السيارةعندما تصبح سرعتها ١٢ م / ث ٠

(٣) قذفت كرة صغيرة بسرعة ١٠ م / ث أفقياً، فتحركت فى خط مستقيم حركة تقصيرية بعجلة منتظمة ٠,١ م / ث^{٢}، عين سرعة الكرة بعد مرور ٢٠ ثانية من بدء الحركة ٠

(٤) يتحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة، فزادت سرعته من ٨ م /ث إلى ١٤ م / ث بعد أن قطع مسافة ١١ متراً ، أحسب الزمن اللازم لذلك ٠

(٥) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٣٦ كم / س الى ٥ م / ث فى زمن قدره ثلث دقيقة أوجد مقدار عجلة الحركة.

٤ الأداء الصفي ـ الصف الثانى الثانوى ـ علمى ـ تطبيقات الرياضيات ـ الأسبوع الرابع ٤

(١) أطلقت رصاصة أفقياً على كتلة خشبية بسرعة ١٠٠ م / ث فغاصت فيها مسافة ٥٠ سم،أوجد العجلة التى تتحرك بها الرصاصة داخل الكتلة الخشبية إذا علم أن العجلة منتظمة، و إذا تم اطلاق رصاصة مماثلة على كتلة خشبية أخرى مماثلة للاولى سمكها ١٨ سم . فما هى السرعة التى تخرج بها الرصاصة من الكتلة الخشبية ؟

(٢) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٥٤ كم / س إلى ١٨ كم / س بعد أن قطعت مسافة ٢٠٠ متراً، أوجد المسافة التي تقطعها السيارة بعد ذلك حتى تسكن ،

(٣) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٤ سم / ث وعجلة منتظمة ٦ سم / $ث^٢$ فى اتجاه سرعته .
أحسب: المسافة التى قطعها الجسيم خلال الثانية الخامسة فقط ،

(٤) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٠سم / ث وعجلة منتظمة ٣ سم / $ث^٢$ فى اتجاه سرعته .
أحسب :المسافة التى قطعها الجسيم خلال الثانيتين السابعة والثامنة معًا،

(٥) بدأ جسم حركته بسرعة ١٠ م / ث بعجلة منتظمة ٤ م / $ث^٢$ فقطع مسافة ١٢ متراً ثم انقطعت العجلة وسار بالسرعة التي اكتسبها مسافة ٤٢ متراً أوجد الزمن الكلى للحركة،

(٦) بدأ جسم حركته من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة مقدارها ٤ سم/ $ث^٢$ لمدة ٣٠ ثانية ، ثم تحرك بالسرعة التى اكتسبها لمدة ١٠ ثوانى اخرى . أوجد المسافة الكلية التى قطعها الجسم ،

(٧) بدأ جسم حركته من السكون بعجلة منتظمة ٢ م / ث^{٢} وعندما أصبحت سرعته ١٢ م / ث تحرك بتقصير منتظم ٣ م / ث^{٢} حتى سكن ، أوجد المسافة الكلية ،

(٨) بدأ جسم حركته من السكون بعجلة منتظمة ٣ م / ث^{٢} وعندما أصبحت سرعته ١٥ م / ث تحرك بتقصير منتظم ٥ م / ث^{٢} حتى سكن ، أوجد الزمن الكلى ،

(٩) تحرك جسيم بسرعة ابتدائية ما فى اتجاه ثابت و بعجلة منتظمة ، فإذا قطع فى الثانية الثالثة من حركته مسافة ٢٠ مترا ، ثم قطع فى الثانيتين الخامسة و السادسة معاً مسافة ٦٠ مترا . احسب العجلة التى تحرك بها الجسيم و سرعته الابتدائية .

(١٠) يتحرك قطار في خط مستقيم بين محطتين (أ) ، (ب)، المسافة بينهما ٧٠٠ مترا،حيث يبدأ من المحطة (أ) من السكون بعجلة منتظمة ٢ م / ث^{٢} لمدة ١٠ ثوان ، ثم يسير بعد ذلك بالسرعة التي اكتسبها فترة من الزمن، ثم يقطع مسافة ٦٠ متراً الأخيرة من حركته بتقصير منتظم حتى يقف في المحطة (ب) ، أوجد الزمن الذي يستغرقه القطار في قطع المسافة بين المحطتين ،

④ الأداء المنزلى ـ الصف الثانى الثانوى ـ علمى ـ تطبيقات الرياضيات ـ الأسبوع الرابع ④

(١) أطلقت رصاصة أفقياً على كتلة خشبية بسرعة ٤٠ م / ث فغاصت فيها مسافة ٢٠ سم، أوجد العجلة التى تتحرك بها الرصاصة داخل الكتلة الخشبية إذا علم أن العجلة منتظمة، و إذا تم إطلاق رصاصة مماثلة على كتلة خشبية أخرى مماثلة للاولى سمكها ١٥ سم . فما هى السرعة التى تخرج بها الرصاصة من الكتلة الخشبية ؟

(٢) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٧٢ كم / س الى ٣٦ كم / س بعد أن قطعت مسافة ٣٠٠ مترا .

أوجد المسافة التى تقطعها السيارة بعد ذلك حتى تسكن .

(٣) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٢٤ سم / ث وبعجلة منتظمة ٨ سم / ث^{٢} تعمل فى نفس اتجاه سرعته احسب : المسافة المقطوعة فى الثانية السابعة فقط .

(٤) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٥سم / ث وعجلة منتظمة ٤ سم / ث^{٢} فى اتجاه سرعته .

أحسب :المسافة التى قطعها الجسيم خلال الثانيتين الخامسة و السادسة معاً .

(٥) بدأ جسم حركته بسرعة ٨ م / ث بعجلة منتظمة ٢ م / ث^{٢} فقطع مسافة ٢٠ متراً ثم انقطعت العجلة وسار بالسرعة التي اكتسبها مسافة ٤٨ متراً أوجد الزمن الكلى للحركة .

(٦) بدأ جسم حركته من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة مقدارها ٥ سم/ث٢ لمدة ٢٠ ثانية ، ثم تحرك بالسرعة التى اكتسبها لمدة ٨ ثوانى اخرى . أوجد المسافة الكلية التى قطعها الجسم ٠

(٧) بدأ جسم حركته من السكون بعجلة منتظمة ٣ م / ث٢ وعندما أصبحت سرعته ١٨ م / ث تحرك بتقصير منتظم ٦ م / ث٢ حتى سكن ٠ أوجد المسافة الكلية٠

(٨) بدأ جسم حركته من السكون بعجلة منتظمة ٥ م / ث٢ وعندما أصبحت سرعته ٢٠ م / ث تحرك بتقصير منتظم ٢ م / ث٢ حتى سكن ٠ أوجد الزمن الكلى٠

(٩) تحرك جسيم بسرعة ابتدائية ما فى اتجاه ثابت و بعجلة منتظمة ، فإذا قطع فى الثانية الثالثة من حركته مسافة ٢٠ مترا ، ثم قطع فى الثانيتين الخامسة و السادسة معاً مسافة ٥٠ مترا . احسب العجلة التى تحرك بها الجسيم و سرعته الابتدائية .

(١٠) يتحرك قطار في خط مستقيم بين محطتين (أ) ، (ب)، المسافة بينهما ٨٤٠ مترا،حيث يبدأ من المحطة (أ) من السكون بعجلة منتظمة ٥ م / ث٢ لمدة ٨ ثوان ، ثم يسير بعد ذلك بالسرعة التي اكتسبها فترة من الزمن، ثم يقطع مسافة ٨٠ متراً الأخيرة من حركته بتقصير منتظم حتى يقف في المحطة (ب) ٠ أوجد الزمن الذي يستغرقه القطار في قطع المسافة بين المحطتين ٠

٤ التقييم الأسبوعي ـ الصف الثانى الثانوى ـ علمى ـ تطبيقات الرياضيات ـ الأسبوع الرابع ٤

المجموعة الأولى

(١) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٣٦ كم / س إلى ١٨ كم / س بعد أن قطعت مسافة ٣٠٠ متراً. أوجد المسافة التي تقطعها السيارة بعد ذلك حتى تسكن.

(٢) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٤ سم / ث وعجلة منتظمة ٦ سم / ث٢ فى اتجاه سرعته. أحسب: المسافة التى قطعها الجسيم خلال الثانية السادسة فقط.

(٣) بدأ جسم حركته من السكون بعجلة منتظمة ٣ م / ث٢ وعندما أصبحت سرعته ١٨ م / ث تحرك بتقصير منتظم ٦ م / ث٢ حتى سكن. أوجد المسافة الكلية.

(٤) تحرك جسيم بسرعة ابتدائية ما فى اتجاه ثابت و بعجلة منتظمة ، فإذا قطع فى الثانية الرابعة من حركته مسافة ١٥ مترا ، ثم قطع فى الثانيتين السادسة و السابعة معاً مسافة ١٠٠ مترا . احسب العجلة التى تحرك بها الجسيم.

(٥) بدأ جسم حركته من السكون بعجلة منتظمة ٤ م / ث٢ وعندما أصبحت سرعته ٢٠ م / ث تحرك بتقصير منتظم ٢ م / ث٢ حتى سكن. أوجد الزمن الكلى.

المجموعة الثانية

(١) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٧٢ كم / س إلى ٥٤ كم / س بعد أن قطعت مسافة ٣٥٠ متراً، أوجد المسافة التي تقطعها السيارة بعد ذلك حتى تسكن،

(٢) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٤ سم / ث وعجلة منتظمة ٦ سم / $ث^٢$ فى اتجاه سرعته .
أحسب: المسافة التى قطعها الجسيم خلال الثانية الرابعة فقط ،

(٣) بدأ جسم حركته من السكون بعجلة منتظمة ٢ م / $ث^٢$ وعندما أصبحت سرعته ٨ م / ث تحرك بتقصير منتظم ٥ م / $ث^٢$ حتى سكن ، أوجد المسافة الكلية،

(٤) تحرك جسيم بسرعة ابتدائية ما فى اتجاه ثابت و بعجلة منتظمة ، فإذا قطع فى الثانية الثالثة من حركته مسافة ٢٠ مترا ، ثم قطع فى الثانيتين الرابعة و الخامسة معاً مسافة ٧٠ مترا . احسب العجلة التى تحرك بها الجسيم.

(٥) بدأ جسم حركته من السكون بعجلة منتظمة ٦ م / $ث^٢$ وعندما أصبحت سرعته ٣٠ م / ث تحرك بتقصير منتظم ٥ م / $ث^٢$ حتى سكن ، أوجد الزمن الكلى،

المجموعة الثالثة

(١) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ١٠٨ كم / س إلى ٧٢ كم / س بعد أن قطعت مسافة ٥٠٠ متراً، أوجد المسافة التي تقطعها السيارة بعد ذلك حتى تسكن ،

(٢) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٤ سم / ث وعجلة منتظمة ٦ سم / ث^2 فى اتجاه سرعته .
أحسب: المسافة التى قطعها الجسيم خلال الثانية السابعة فقط ،

(٣) بدأ جسم حركته من السكون بعجلة منتظمة ٣ م / ث^2 وعندما أصبحت سرعته ١٢ م / ث تحرك بتقصير منتظم ٤ م / ث^2 حتى سكن ، أوجد المسافة الكلية ،

(٤) تحرك جسيم بسرعة ابتدائية ما فى اتجاه ثابت و بعجلة منتظمة ، فإذا قطع فى الثانية السادسة من حركته مسافة ٣٠ مترا ، ثم قطع فى الثانيتين الثامنة و والتاسعة معاً مسافة ٩٠ مترا . احسب العجلة التى تحرك بها الجسيم.

(٥) بدأ جسم حركته من السكون بعجلة منتظمة ٤ م / ث^2 وعندما أصبحت سرعته ٢٤ م / ث تحرك بتقصير منتظم ٣ م / ث^2 حتى سكن ، أوجد الزمن الكلى ،

٥ الأداء الصفي ـ الصف الثانى الثانوى ـ علمى ـ تطبيقات الرياضيات ـ الأسبوع الخامس ٥

(١) سقط حجر صغير من قمة منزل فوصل لسطح الارض بعد ثانية واحدة ،احسب:
سرعة الحجر لحظة وصوله الى سطح الارض ٠

(٢) سقط حجر صغير من قمة منزل فوصل لسطح الارض بعد ٣ ثوان احسب ارتفاع المنزل٠

(٣) قذف حجر صغير فى بئر بسرعة ٥ م / ث رأسياً لأسفل فوصل الى قاع البئر بعد ٢ ثانية
أوجد : عمق البئر

(٤) قذف جسم فى بئر بسرعة ٨ م / ث فوصل الى قاع البئر بعد ٣ ثوان أوجد :
سرعة الجسم عند تصادمه بقاع البئر ٠

(٥) قذف جسيم رأسيا لاعلى بسرعة ١٩,٦ م/ ث أوجد زمن وصوله الى أقصى أرتفاع ٠

(٦) قذف جسيم رأسيا لاعلى بسرعة ٤٩ م/ ث فبعد كم ثانية يعود الى نقطة القذف ٠

(٧) قذف جسيم رأسياً لاعلى من نقطة على سطح الارض بسرعة مقدارها ٢١ م/ ث ، أوجد :
أقصى ارتفاع يصل اليه الجسيم ٠

(٨) قذفت كرة صغيرة رأسياً لأعلى ثم عادت لنقطة القذف بعد ان قطعت مسافة ٢٤٥ سم ، أوجد :
زمن وصول الجسم لأقصى ارتفاع٠

(٩) قذف جسيم رأسياً لاعلى من نقطة على سطح الارض فكان أقصى ارتفاع وصل اليه الجسيم
هو ١٠ متر، أوجد : السرعة التي قذف بها الجسيم٠

(١٠) قذف جسيم رأسياً لاعلى من نقطة على سطح الارض فعاد إليها بعد ٦ ثوان من لحظة قذفه
أوجد : أقصى ارتفاع وصل اليه الجسيم٠

٥ الأداء المنزلي ـ الصف الثانى الثانوى ـ علمى ـ تطبيقات الرياضيات ـ الأسبوع الخامس ٥

(١) سقط حجر صغير من قمة منزل فوصل لسطح الارض بعد ٣ ثوان، احسب :
سرعة الحجر لحظة وصوله الى سطح الارض ٠

(٢) سقط حجر صغير من قمة منزل فوصل لسطح الارض بعد ٢ ثانية، احسب ارتفاع المنزل٠

(٣) قذف حجر صغير فى بئر بسرعة ٨ م / ث رأسياً لأسفل فوصل الى قاع البئر بعد ثانية واحدة،
أوجد : عمق البئر ٠

(٤) قذف جسم فى بئر بسرعة ٥ م/ ث فوصل الى قاع البئر بعد ٤ ثوان أوجد :
سرعة الجسم عند تصادمه بقاع البئر ٠

(٥) قذف جسيم رأسيا لاعلى بسرعة ٣٩,٢ م/ ث أوجد زمن وصوله الى أقصى أرتفاع ٠

(٦) قذف جسيم رأسيا لاعلى بسرعة ١٩,٦ م/ ث فبعد كم ثانية يعود الى نقطة القذف ٠

(٧) قذف جسيم رأسياً لاعلى من نقطة على سطح الارض بسرعة مقدارها ١٤ م / ث، أوجد :
أقصى ارتفاع يصل اليه الجسيم ٠

(٨) قذفت كرة صغيرة رأسياً لأعلى ثم عادت لنقطة القذف بعد ان قطعت مسافة ٨٠ سم ، أوجد :
زمن وصول الجسم لأقصى ارتفاع٠

(٩) قذف جسيم رأسياً لاعلى من نقطة على سطح الارض فكان أقصى ارتفاع وصل اليه الجسيم
هو ٢٠ متر، أوجد : السرعة التي قذف بها الجسيم٠

(١٠) قذف جسيم رأسياً لاعلى من نقطة على سطح الارض فعاد إليها بعد ١٠ ثوان من لحظة
قذفه أوجد : أقصى ارتفاع وصل اليه الجسيم٠

٥ التقييم الأسبوعي - الصف الثانى الثانوى - علمى - تطبيقات الرياضيات - الأسبوع الخامس ٥

المجموعة الأولى

(١) سقط حجر صغير من قمة برج فوصل لسطح الارض بعد ٥ ثوان،احسب :

سرعة الحجر لحظة وصوله الى سطح الارض ٠

(٢) قذف حجر صغير فى بئر بسرعة ٦ م/ ث رأسياً لأسفل فوصل الى قاعه بعد ٤ ثوان أوجد :

عمق البئر ٠

(٣) قذف جسيم رأسيا لاعلى بسرعة ٣٩,٢ م/ ث أوجد زمن وصوله الى أقصى أرتفاع ٠

(٤) قذف جسيم رأسياً لاعلى من نقطة على سطح الارض بسرعة مقدارها ٧ م/ث ، أوجد :

أقصى ارتفاع يصل اليه الجسيم ٠

(٥) قذف جسيم رأسياً لاعلى من نقطة على سطح الارض فكان أقصى ارتفاع وصل اليه الجسيم هو ٣٠ متر، أوجد : السرعة التي قذف بها الجسيم٠

المجموعة الثانية

(١) سقط حجر صغير من قمة برج فوصل لسطح الارض بعد ٤ ثوان،احسب :

سرعة الحجر لحظة وصوله الى سطح الارض ٠

(٢) قذف حجر صغير فى بئر بسرعة ٨ م/ ث رأسياً لأسفل فوصل الى قاعه بعد ٣ ثوان أوجد:

عمق البئر٠

(٣) قذف جسيم رأسيا لاعلى بسرعة ٢٩,٤ م/ ث أوجد زمن وصوله الى أقصى أرتفاع ٠

(٤) قذف جسيم رأسياً لاعلى من نقطة على سطح الارض بسرعة مقدارها ٢٨ م/ ث ، أوجد :

أقصى ارتفاع يصل اليه الجسيم ٠

(٥) قذف جسيم رأسياً لاعلى من نقطة على سطح الارض فكان أقصى ارتفاع وصل اليه الجسيم

هو ١٥ متر، أوجد : السرعة التي قذف بها الجسيم٠

المجموعة الثالثة

(١) سقط حجر صغير من قمة برج فوصل لسطح الارض بعد ٢ ثانية،احسب :

سرعة الحجر لحظة وصوله الى سطح الارض ٠

(٢) قذف حجر صغير فى بئر بسرعة ١٠ م/ ث رأسياً لأسفل فوصل الى قاعه بعد ٢ ثانية

أوجد :عمق البئر ٠

(٣) قذف جسيم رأسيا لاعلى بسرعة ٥٨,٨ م/ ث أوجد زمن وصوله الى أقصى أرتفاع ٠

(٤) قذف جسيم رأسياً لاعلى من نقطة على سطح الارض بسرعة مقدارها ٣٥ م/ ث ، أوجد :

أقصى ارتفاع يصل اليه الجسيم ٠

(٥) قذف جسيم رأسياً لاعلى من نقطة على سطح الارض فكان أقصى ارتفاع وصل اليهالجسيم

هو ٢٥ متر، أوجد : السرعة التي قذف بهاالجسيم٠

⑥الأداء الصفي ـ الصف الثانى الثانوى ـ علمى ـ تطبيقات الرياضيات ـ الأسبوع السادس ⑥

(١) قذف حجر رأسياً لأعلى بسرعة ٣٩,٢ م/ ث أحسب المسافة التي قطعها الحجر خلال الثانية الثالثة فقط من لحظة القذف ٠

(٢) من أعلى تل ارتفاعه ١٩,٦ متر قذف جسم رأسياً إلى أعلى بسرعة ١٤,٧ م / ث أوجد : سرعة الجسم عند لحظة وصوله إلى سطح الأرض ٠

(٣) من أعلى تل ارتفاعه ١٩,٦ متر قذف جسم رأسياً إلى أعلى بسرعة ١٤,٧ م / ث ٠ أوجد: الزمن الذى استغرقه الجسم من لحظة قذفه حتى وصوله إلى سطح الأرض ٠

(٤) قذف جسيم بسرعة ١٤ متر / ث رأسيًا إلى أعلى من نقطة على ارتفاع ٣٥٠ متر عن سطح الأرض . أحسب المسافة الكلية التي قطعها الجسيم من لحظة قذفه حتى وصوله لسطح الأرض ٠

(٥) قذفت كرة صغيرة رأسياً إلى أعلى من نافذة أحد المنازل ، وشوهدت الكرة وهى هابطة أمام النافذة بعد ٤ ثوان من قذفها ثم وصلت إلى سطح الأرض بعد ٥ ثوان من لحظة القذف .
أوجد ارتفاع النافذة عن سطح الأرض بالأمتار ٠

(٦) سقطت كرة من المطاط رأسياً إلى أسفل من ارتفاع ١٠ أمتار، فاصطدمت بالأرض وارتدت رأسياً إلى أعلى مسافة ٢,٥ متر أحسب : سرعة الكرة قبل وبعد اصطدامها بالأرض مباشرة ٠

(٧) قذف جسيم رأسيا إلى أعلى بسرعة ١٦ متر / ث أوجد الزمن الذى يأخذه الجسيم حتى يصل إلى ٣٣٠ متراً أسفل نقطة القذف ٠

(٨) قذف جسيم من قمة برج رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية ١٤,٧ م/ ث فوصل لسطح الأرض بعد مرور ٥ ثوان أوجد : ارتفاع البرج

(٩) سقطت كرة رأسياً إلى أسفل من ارتفاع ٩٠ متراً عن سطح الأرض وعند وصولها لسطح الأرض ارتدت ثانية إلى أعلى بسرعة مقدارها نصف سرعة وصولها إلى سطح الأرض ، أوجد أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة .

(١٠) سقط جسم من ارتفاع ٦٠ متراً من سطح الأرض، وفى نفس اللحظة قذف جسم آخر رأسياً لأعلى من سطح الأرض الأرض بسرعة ٢٠ م/ ث فتقابل الجسمان بعد فترة زمنية، أوجد هذا الزمن .

٦ الأداء المنزلي ـ الصف الثانى الثانوى ـ علمى ـ تطبيقات الرياضيات ـ الأسبوع السادس ٦

(١) قذف حجر رأسياً لأعلى بسرعة ٢٩,٤ م/ ث أحسب المسافة التي قطعها الحجر خلال الثانية الأولى فقط من لحظة القذف .

(٢) من أعلى تل ارتفاعه ٩,٨ متر قذف جسم رأسياً إلى أعلى بسرعة ٤,٩ م / ث أوجد : سرعة الجسم عند لحظة وصوله إلى سطح الأرض

(٣) من أعلى تل ارتفاعه ٩,٨ متر قذف جسم رأسياً إلى أعلى بسرعة ٤,٩ م / ث .أوجد: الزمن الذى استغرقه الجسم من لحظة قذفه حتى وصوله إلى سطح الأرض .

(٤) قذف جسيم بسرعة ١٩,٦ متر / ث رأسيًا إلى أعلى من نقطة على ارتفاع ٨٠,٤ متر عن سطح الأرض . أحسب المسافة الكلية التي قطعها الجسيم من لحظة قذفه حتى وصوله لسطح الأرض .

(٥) قذفت كرة صغيرة رأسياً إلى أعلى من نافذة أحد المنازل ، وشوهدت الكرة وهى هابطة أمام النافذة بعد ٣ ثوان من قذفها ثم وصلت إلى سطح الأرض بعد ٤ ثوان من لحظة القذف .
أوجد ارتفاع النافذة عن سطح الأرض بالأمتار .

(٦) سقطت كرة من المطاط رأسياً إلى أسفل من ارتفاع ٤٠ متر ، فاصطدمت بالأرض وارتدت رأسياً إلى أعلى مسافة ١٠ أمتار أحسب : سرعة الكرة قبل وبعد اصطدامها بالأرض مباشرة .

(٧) قذف جسيم رأسيا إلى أعلى بسرعة ١٤,٧ متر / ث أوجد الزمن الذى يأخذه الجسيم حتى يصل إلى ١٣٧,٢ متراً أسفل نقطة القذف .

(٨) قذف جسيم من قمة برج رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية ١٩,٦ م/ ث فوصل لسطح الأرض بعد مرور ١٠ ثوان أوجد : ارتفاع البرج ٠

(٩) سقطت كرة رأسياً إلى أسفل من ارتفاع ٤٠ متراً عن سطح الأرض وعند وصولها لسطح الأرض ارتدت ثانية إلى أعلى بسرعة مقدارها نصف سرعة وصولها إلى سطح الأرض ، أوجد :

أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة ٠

(١٠) سقط جسم من ارتفاع ٥٠ متراً من سطح الأرض، وفى نفس اللحظة قذف جسم آخر رأسياً لأعلى من سطح الأرض بسرعة ٢٥م/ ث فتقابل الجسمان بعد فترة زمنية ، أوجد هذا الزمن ٠

٦ التقييم الأسبوعي ـ الصف الثانى الثانوى ـ علمى ـ تطبيقات الرياضيات ـ الأسبوع السادس ٦

المجموعة الأولي

(١) سقط حجر صغير من قمة برج فوصل لسطح الارض بعد ٥ ثوان،احسب :

سرعة الحجر لحظة وصوله الى سطح الارض ·

(٢) قذف حجر صغير فى بئر بسرعة ٦ م/ ث رأسياً لأسفل فوصل الى قاعه بعد ٤ ثوان أوجد :

عمق البئر ·

(٣) قذف حجر رأسياً لأعلى بسرعة ٥٨,٨ م/ ث أحسب المسافة التي قطعها الحجر خلال الثانيتين الرابعة والخامسة فقط من لحظة القذف ·

(٤) قذف جسيم بسرعة ١٩,٦ متر / ث رأسيًا إلى أعلى من نقطة على ارتفاع ٢٠٠ متر عن سطح الأرض . أحسب المسافة الكلية التي قطعها الجسيم من لحظة قذفه حتى وصوله لسطح الأرض ·

(٥) قذف جسيم من قمة برج رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية ٩,٨ م/ ث فوصل لسطح الأرض بعد مرور ٤ ثوان أوجد : ارتفاع البرج ·

المجموعة الثانية

(١) سقط حجر صغير من قمة برج فوصل لسطح الارض بعد ٢ ثانية،احسب :

سرعة الحجر لحظة وصوله الى سطح الارض ٠

(٢) قذف حجر صغير فى بئر بسرعة ١٠ م/ ث رأسياً لأسفل فوصل الى قاعه بعد ٢ ثانية

أوجد :عمق البئر ٠

(٣) قذف حجر رأسياً لأعلى بسرعة ٤٩ م/ ث أحسب المسافة التي قطعها الحجر خلال الثانيتين الثانية و الثالثة فقط من لحظة القذف ٠

(٤) قذف جسيم بسرعة ٣٩,٢ متر / ث رأسيًا إلى أعلى من نقطة على ارتفاع ١٥٠ متر عن سطح الأرض . أحسب المسافة الكلية التي قطعها الجسيم من لحظة قذفه حتى وصوله لسطح الأرض ٠

(٥) قذف جسيم من قمة برج رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية ٢٤,٥ م/ ث فوصل لسطح الأرض بعد مرور ٧ ثوان أوجد : ارتفاع البرج ٠

المجموعة الثالثة

(١) سقط حجر صغير من قمة برج فوصل لسطح الارض بعد ٤ ثوان،احسب :

سرعة الحجر لحظة وصوله الى سطح الارض ٠

(٢) قذف حجر صغير فى بئر بسرعة ٨ م/ ث رأسياً لأسفل فوصل الى قاعه بعد ٣ ثوان أوجد:

عمق البئر ٠

(٣) قذف حجر رأسياً لأعلى بسرعة ٦٨,٦ م/ ث أحسب المسافة التي قطعها الحجر

خلال الثانيتين الأولى والثانية فقط من لحظة القذف ٠

(٤) قذف جسيم بسرعة ٢٩,٤ متر / ث رأسيًا إلى أعلى من نقطة على ارتفاع ١٠٠ متر عن سطح

الأرض . أحسب المسافة الكلية التي قطعها الجسيم من لحظة قذفه حتى وصوله لسطح الأرض ٠

(٥) قذف جسيم من قمة برج رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية ١٩,٦ م/ ث فوصل لسطح الأرض

بعد مرور ٦ ثوان أوجد : ارتفاع البرج ٠

كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين

مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9

